

Einführung in die Theoretische Informatik I/ Grundlagen der Theoretischen Informatik Sommersemester 2007 7. Aufgabenblatt

Ausgabe: 04. 06. 2007

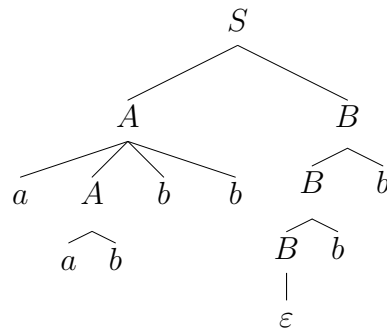
Besprechung: 12./13. 06. 2007

1 Ableitungsbäume

Lösung:

1. $L(G) = \{a^m b^{2m-1+n} \mid m \geq 1 \wedge n \geq 0\} \cup \{\varepsilon\} = \{a^m b^k \mid m \geq 1 \wedge k \geq 2m - 1\} \cup \{\varepsilon\}$

2.



3. $S \Rightarrow AB \Rightarrow ABb \Rightarrow ABbb \Rightarrow Abb \Rightarrow aAbbbb \Rightarrow aabbbbb$

4. $S \Rightarrow AB \Rightarrow aAbbB \Rightarrow aabbbB \Rightarrow aabbbBb \Rightarrow aabbbBbb \Rightarrow aabbbbb$

2 Normalformen für kontextfreie Grammatiken

Lösung:

1. $L(G) = \{a^m (bc)^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$

2. Nach Erk/Priese werden zunächst die co-erreichbaren Variablen bestimmt:

| Alt1 | Neu1 |
|------------------|------------------|
| \emptyset | $\{S, A, B, D\}$ |
| $\{S, A, B, D\}$ | $\{S, A, B, D\}$ |

Die resultierende Grammatik ist $(\{S, A, B, D\}, \{a, b, c, d\}, R''', S)$ mit folgenden Regeln in R''' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aAbc \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow Bb \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow Dc \mid dc \end{aligned}$$

Nun werden die erreichbaren Symbole der Grammatik bestimmt:

| Alt2 | Neu2 |
|---------------------------|---------------------------|
| \emptyset | $\{S\}$ |
| $\{S\}$ | $\{S, A, B, C\}$ |
| $\{S, A, B, C\}$ | $\{S, A, B, C, a, b, c\}$ |
| $\{S, A, B, C, a, b, c\}$ | $\{S, A, B, C, a, b, c\}$ |

Die resultierende Grammatik ist $G' = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, R', S)$ mit folgenden Regeln in R' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aAbc \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow Bb \mid \varepsilon \end{aligned}$$

3. Nach Erk/Priese wird G' zunächst so umgeformt, dass für jede Regel $P \rightarrow Q$ gilt:

$$Q \in V^{''''*} \vee Q \in T^{''''}$$

Das Ergebnis ist die Grammatik $(\{S, A, B, T_a, T_b, T_c\}, \{a, b, c\}, R'''' , S)$ mit folgenden Regeln in R'''' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow T_aAT_bT_c \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow BT_b \mid \varepsilon \\ T_a &\rightarrow a \\ T_b &\rightarrow b \\ T_c &\rightarrow c \end{aligned}$$

Dann werden die nullbaren Variablen bestimmt:

| Alt | Neu |
|---------------|---------------|
| \emptyset | $\{S, A, B\}$ |
| $\{S, A, B\}$ | $\{S, A, B\}$ |

Schließlich wird G'' konstruiert. Dabei setzen wir zunächst $R'' := R''''$ und ändern dann R'' schrittweise:

| Änderungen an R'' |
|--|
| füge $S \rightarrow B$ hinzu |
| füge $S \rightarrow A$ hinzu |
| füge $A \rightarrow T_aT_bT_c$ hinzu |
| füge $B \rightarrow T_b$ hinzu |
| streiche $A \rightarrow \varepsilon$ und $B \rightarrow \varepsilon$ |

Die resultierende Grammatik ist $G'' = (\{S, A, B, T_a, T_b, T_c\}, \{a, b, c\}, R'', S)$ mit folgenden Regeln in R'' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid B \mid A \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow T_a A T_b T_c \mid T_a T_b T_c \\ B &\rightarrow B T_b \mid T_b \\ T_a &\rightarrow a \\ T_b &\rightarrow b \\ T_c &\rightarrow c \end{aligned}$$