

Logik und Missbrauch der Logik in der Alltagssprache

Wie gewinnt man in Diskussionen?

Carmen Kölbl

Universität Koblenz
Fachbereich Informatik

Seminar: „Logik auf Abwegen: Irrglaube, Lüge, Täuschung“
Seminarleiter: Jun.-Prof. Dr. Bernhard Beckert

SS 2004
31.08.2004

Zusammenfassung In dieser Arbeit geht es um die Verwendung von logischen Schlüssen in der Alltagssprache. Es werden Grundlagen der Logik sowie verschiedene Inferenzregeln vorgestellt, anhand derer sich Argumente auf ihre Gültigkeit prüfen lassen. Desweiteren werden beispielhaft einige Fehlschlüsse aus der Sicht der formalen Logik erläutert.

1 Einleitung

In unserem Alltag wird oft argumentiert, in Diskussionen werden Standpunkte durch verschiedenste Arten von Argumenten begründet, und leider setzen sich oft auch „schlechte“ Argumente durch. Um letztere zu entlarven, bedienen wir uns der Logik. Thema dieser Arbeit sind Argumente und ihre Eigenschaften aus der Sicht der Logik, es wird zunächst definiert, was ein Argument ist. Weiterhin werden einige Eigenschaften vorgestellt, die es ermöglichen, zu ermitteln, ob ein Argument „gut“ ist (siehe Abschnitt 2).

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, aus bereits bekannten Aussagen weitere Aussagen abzuleiten. Zu diesem Zweck werden Inferenzregeln verwendet, diese werden in Abschnitt 3 vorgestellt. Ein Argument, das niemanden überzeugen sollte, weil die Konklusion nicht logisch aus den Prämissen folgt, nennt man Fehlschluss. Es gibt eine Vielzahl solcher Fehlschlüsse, in Abschnitt 4 werden einige davon beispielhaft vorgestellt.

2 Grundlagen der Logik

Um zu verstehen, wie Argumentation im Alltag funktioniert, sind einige Grundkenntnisse auf dem Gebiet der Logik hilfreich. In einer Diskussion versuchen beide Seiten, die jeweils andere Seite mit Hilfe von Argumenten vom eigenen Standpunkt zu überzeugen. In diesem Abschnitt werden Argumente, ihre Bestandteile und Eigenschaften aus der Sicht der Logik betrachtet. Da ein Argument auf Aussagen basiert, geht es in 2.1 um Syntax und Semantik von Aussagen. In 2.2 wird definiert, was man unter einem Argument versteht. In 2.3 wird erörtert, welche Eigenschaften ein Argument haben kann und welche Kriterien ein „gutes“ Argument erfüllen muss.

2.1 Was ist eine Aussage?

Unter der Syntax der Aussagenlogik versteht man die Menge der Regeln, die definieren, wie Aussagen aufgebaut werden dürfen [6]: Als einfache Aussage wird ein deklarativer, natürlichsprachlicher Satz bezeichnet; daneben gibt es zusammengesetzte Aussagen, die durch logische Operatoren miteinander verknüpft sind. Die wichtigsten logischen Operatoren sind die Negation (\neg), die Konjunktion (\wedge) und die Disjunktion (\vee).

Durch die Syntax wissen wir noch nichts darüber, wie eine Aussage interpretiert wird, dies wird durch die Semantik festgelegt: Eine Aussage

ist entweder wahr oder falsch. Der Wahrheitswert von zusammengesetzten Aussagen geht aus der Auswertung der einfachen Aussagen und der jeweiligen Verknüpfung hervor.

2.2 Was ist ein Argument?

Ein Argument besteht aus mehreren Aussagen und hat eine oder mehrere Prämissen sowie eine Konklusion. Eine Prämisse ist eine Aussage, die als Begründung für eine andere Aussage (die Konklusion) angegeben wird [5]. Als Schluss wird in diesem Zusammenhang die Handlung bezeichnet, die beim Argumentieren – also bei der Angabe eines Arguments – vollzogen wird [2], d.h. das Herleiten einer neuen Aussage. Zur Veranschaulichung dient folgendes Beispiel:

Wenn Hans in Koblenz wohnt,	wohnt er in Deutschland.
Hans wohnt in Koblenz.	
<hr style="width: 100%;"/>	
Hans wohnt in Deutschland.	

Die ersten beiden Aussagen sind Prämissen, sie liefern die Begründung für die dritte Aussage, die Konklusion. Im Folgenden wird diese Darstellung beibehalten: die Prämissen sind oberhalb einer waagrechten Linie aufgeführt, die Konklusion darunter. Der in diesem Beispiel vollzogene Schluss erscheint intuitiv richtig, da beide Prämissen wahr sind.

2.3 Eigenschaften eines Arguments

Deduktive Logik Deduktiv gültige Argumente zeichnen sich dadurch aus, dass bei Wahrheit aller Prämissen die Konklusion ebenfalls wahr sein muss, da die Aussage, die die Konklusion darstellt, bereits implizit in den Prämissen enthalten ist [1]. Im Folgenden ein Beispiel für ein gültiges Argument:

Wenn es regnet,	wird die Strasse naß.
Es regnet.	
<hr style="width: 100%;"/>	
Die Strasse wird naß.	

Die deduktive Gültigkeit eines Arguments sagt allerdings noch nichts darüber aus, ob die Prämissen wahr oder falsch sind, sondern sie besagt lediglich, dass die Konklusion wahr sein muss, wenn die Prämissen wahr sind [1]. Es ist gut vorstellbar, dass es mehrere deduktiv gültige Argumente gibt, die die gleiche Form, aber unterschiedliche Inhalte haben. Indem man die Inhalte durch Variablen ersetzt, läßt sich die Argumentform extrahieren [3]. Aus obigem Beispiel erhält man folgende Form:

$$\frac{\text{Wenn A, dann B}}{\frac{A}{B}}$$

A und B sind hier beliebige Aussagen. In obige Form können nun für die Variablen andere Aussagen eingesetzt werden, die wiederum in einem deduktiv gültigen Argument resultieren. Diese Argumentformen werden auch als Inferenzregeln bezeichnet, ein Argument ist als Instantiierung einer Inferenzregel zu betrachten (mehr zu Inferenzregeln in Abschnitt 3).

Um die Prämisse „Wenn A, dann B“ formal ausdrücken zu können, benötigt man den logischen Operator der Implikation. Für eine Prämisse P und eine Konklusion K lautet die formale Schreibweise für eine Implikation $P \rightarrow K$, was äquivalent zu $\neg P \vee K$ ist [4]. Die Implikation hat demnach die in Abb. 1 gezeigte Wahrheitstabelle (f steht hier für falsch, w für wahr).

P	K	$P \rightarrow K$
f	f	w
f	w	w
w	f	f
w	w	w

Abbildung 1. Wahrheitstabelle für die Implikation

Der logische Operator $P \rightarrow K$ wird gelesen als „P impliziert K“, „aus P folgt K“ und „wenn P, dann K“ [4]. Die formale Schreibweise für das Beispiellargument lautet:

$$\frac{A \rightarrow B}{\frac{A}{B}}$$

Wann ist nun ein Argument „gut“? Ein deduktives Argument ist gut, wenn es korrekt ist, d.h. wenn es sowohl gültig ist als auch wahre Prämissen hat [9]. Deduktiv gültige Argumente bewahren den Informationsgehalt der Prämissen, vergrößern ihn aber nicht [8].

Induktive Logik Ein induktiv starkes Argument hat die Eigenschaft, dass die Konklusion wahrscheinlich (aber nicht zwingend) wahr ist, wenn die Prämissen wahr sind [7]. Es besteht also die Möglichkeit, dass die Konklusion trotz wahrer Prämissen falsch ist. Ein induktives Argument

basiert auf der Idee des Lernens aus Erfahrung, aus Mustern oder Regelmäßigkeiten [1]. Ein Beispiel für ein induktives Argument ist das folgende:

$$\frac{\text{Letzte Woche hatte mein Zug jeden Tag Verspätung.}}{\text{Heute wird mein Zug Verspätung haben.}}$$

Näheres zur Induktion ist in Michael Nikelskys Arbeit zur Induktiven Logik zu finden, die ebenfalls im Rahmen des Seminars „Logik auf Abwegen“ entstanden ist. Ob ein induktiv starkes Argument „gut“ ist, läßt sich nicht so eindeutig festlegen wie in der deduktiven Logik. Induktive Stärke hängt von Wahrscheinlichkeiten ab [7]. Induktive Argumente sind gehaltenweiternd, d.h. es werden durch die Schlußfolgerung aus den bekannten Prämissen neue Informationen gewonnen [8].

3 Inferenzregeln

Inferenzregeln werden verwendet, um aus bereits bekannten Aussagen weitere Aussagen abzuleiten. Durch die Anwendung von Inferenzregeln werden Informationen abgeleitet, die implizit in den bereits bekannten Prämissen enthalten sind. Inferenzregeln bestimmen die Form eines Arguments, wenn in diese Form konkrete Inhalte eingesetzt werden, wird dadurch ein deduktiv gültiges Argument erzeugt. Das Argument wird als Instantiierung von Inferenzregeln betrachtet.

3.1 Modus Ponens

Der Modus Ponens hat folgende Form [1]:

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B}$$

A und B sind beliebige Aussagen. Im Modus Ponens wird aus den beiden Prämissen „Wenn A gilt, dann gilt B“ und „Es gilt A“ gefolgert, dass „B gilt“. Um diesen Schluss nachvollziehen zu können, schaut man sich die Wahrheitstabelle der Implikation an (siehe Abb. 1):

Wenn die erste Prämisse ($A \rightarrow B$) gilt, d.h. die Implikation wahr ist, bedeutet dies, dass hierfür in der Wahrheitstabelle der Implikation nur die 1., die 2. und die 4. Zeile betrachtet werden müssen. Die 3. Zeile ist nicht interessant, da hier die Implikation falsch ist. Die zweite Prämisse besagt, dass A wahr ist. Daher bleibt nun in der Wahrheitstabelle nur die 4. Zeile übrig. In dieser Zeile läßt sich nun die Belegung von B ablesen, B ist wahr. Dies ist die Konklusion des Modus Ponens.

Um zu verdeutlichen, dass aus den beiden bekannten Prämissen eine neue Aussage abgeleitet werden kann, verwenden wir die folgende Mengenschreibweise für bekannte Aussagen: Zunächst wird die Menge der vor Anwendung einer Inferenzregel bekannten Aussagen notiert: $\{A, A \rightarrow B\}$, durch die Inferenzregel – hier den Modus Ponens – wird diese Menge um eine Aussage ergänzt: $\{A, A \rightarrow B, B\}$. Notiert in der bisher verwendeten Schreibweise für Schlüsse:

$$\frac{\{A, A \rightarrow B\}}{\{A, A \rightarrow B, B\}}$$

Ein natürlichsprachliches Beispiel für den Modus Ponens ist das folgende:

$$\begin{array}{l} \text{Wenn es regnet, wird die Strasse naß.} \\ \text{Es regnet.} \\ \hline \text{Die Strasse wird naß.} \end{array}$$

3.2 Modus Tollens

Der Modus Tollens hat folgende Form [1]:

$$\frac{A \rightarrow B \quad \neg B}{\neg A}$$

Auch hier läßt sich durch die Wahrheitstabelle der Implikation (siehe Abb. 1) verdeutlichen, warum man aus den beiden Prämissen die Konklusion ableiten kann. Die erste Prämisse besagt, dass $A \rightarrow B$ gilt, dafür kommen Zeile 1, 2 und 4 der Wahrheitstabelle in Frage. Weiterhin gilt nach der zweiten Prämisse, dass B nicht wahr ist. Daher bleibt nun nur noch die 1. Zeile der Tabelle übrig, dort läßt sich ablesen, dass A nicht wahr ist. Dies ist die Konklusion.

In der Mengenschreibweise wird der Modus Tollens folgendermaßen dargestellt:

$$\frac{\{A \rightarrow B, \neg B\}}{\{A \rightarrow B, \neg B, \neg A\}}$$

Folgendes Beispiel veranschaulicht den Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} \text{Wenn es regnet, wird die Strasse naß.} \\ \text{Die Strasse wird nicht naß.} \\ \hline \text{Es regnet nicht.} \end{array}$$

3.3 Hypothetischer Syllogismus

Der hypothetische Syllogismus hat folgende Form [1]:

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

Diese Inferenzregel wird folgendermaßen durch die Mengenschreibweise dargestellt:

$$\frac{\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}}{\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C\}}$$

Ein natürlichsprachliches Beispiel für den hypothetischen Syllogismus ist das folgende:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Wenn Hans in Koblenz wohnt, wohnt er in Deutschland.} \\ \text{Wenn Hans in Deutschland wohnt, wohnt er in Europa.} \end{array}}{\text{Wenn Hans in Koblenz wohnt, wohnt er in Europa.}}$$

3.4 Disjunktiver Syllogismus

Der disjunktive Syllogismus hat folgende Form [1]:

$$\frac{A \vee B \quad \neg A}{B}$$

Hier besagt die erste Prämisse, dass $A \vee B$ wahr ist. Dies ist dann der Fall, wenn entweder A oder B wahr ist. Da sich der zweiten Prämisse entnehmen läßt, dass A nicht wahr ist, gibt es nur noch eine Möglichkeit, um die erste Prämisse zu erfüllen: B muss wahr sein. In der Mengenschreibweise wird diese Inferenzregel so dargestellt:

$$\frac{\{A \vee B, \neg A\}}{\{A \vee B, \neg A, B\}}$$

Diese Regel wird durch folgendes Beispiel verdeutlicht:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Hans wohnt in Deutschland oder Hans wohnt in Frankreich.} \\ \text{Hans wohnt nicht in Deutschland.} \end{array}}{\text{Hans wohnt in Frankreich.}}$$

4 Fehlschlüsse

Ein Fehlschluss ist ein fehlerhafter Schluss. Im Alltag ist es oft schwierig, Fehlschlüsse als solche zu erkennen, viele dieser Schlüsse erscheinen zunächst überzeugend. Im folgenden Abschnitt werden einige Fehlschlüsse vorgestellt. Man unterscheidet formale und informale Fehlschlüsse. Formale Fehlschlüsse basieren auf der Form eines Arguments, sie treten in deduktiven Kontexten auf, während informale Fehlschlüsse aufgrund ihres Inhalts fehlerhaft sind und daher in induktiven Argumenten vorliegen [10].

4.1 Formale Fehlschlüsse

Affirmation of the Consequent Dieser Fehlschluss hat folgende Form [9]:

$$\frac{A \rightarrow B \quad B}{A}$$

An der Wahrheitstabelle der Implikation (siehe Abb. 1) lässt sich ablesen, warum dieses Argument ungültig ist: Es gibt zwei Zeilen in der Tabelle, in denen sowohl $A \rightarrow B$ als auch B wahr sind, nämlich Zeile 2 und 4. Daher helfen diese Prämissen nicht, eine Aussage über den Wahrheitsgehalt von A zu machen. Zur Veranschaulichung nachfolgendes Beispiel:

Wenn Hans in Koblenz wohnt, wohnt er in Deutschland.
 Hans wohnt in Deutschland.
 —————
 Hans wohnt in Koblenz.

Denial of the Antecedent Dieser Fehlschluss hat folgende Form [9]:

$$\frac{A \rightarrow B \quad \neg A}{\neg B}$$

Auch hier lässt sich aus den Prämissen nicht ableiten, ob B wahr oder falsch ist. In der Wahrheitstabelle der Implikation (siehe Abb. 1) sind beide Prämissen sowohl in Zeile 1 als auch in Zeile 2 wahr. Dies wird aus folgendem Beispiel ersichtlich:

Wenn Hans in Koblenz wohnt, wohnt er in Deutschland.
 Hans wohnt nicht in Koblenz.
 —————
 Hans wohnt nicht in Deutschland.

Converting a Conditional Dieser Fehlschluss hat folgende Form [9]:

$$\frac{A \rightarrow B}{B \rightarrow A}$$

Hier besteht die Konklusion darin, dass die Implikation „umgekehrt“ wird. Aus Abschnitt 2.3 ist bekannt, dass ein Argument gültig ist, wenn gilt: Wenn die Prämisse wahr ist, muss die Konklusion wahr sein. Das obige Argument ist ungültig, da für den Fall, dass A falsch und B wahr ist, die Prämisse $A \rightarrow B$ wahr und die Konklusion $B \rightarrow A$ falsch ist. Dies ist in der Wahrheitstabelle in Abb. 2 ersichtlich.

A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$
f	f	w	w
f	w	w	f
w	f	f	w
w	w	w	w

Abbildung 2. Wahrheitstabelle für den Fehlschluss „Converting a Conditional“

Ein natürlichsprachliches Beispiel für diesen Fehlschluss ist das folgende:

Wenn Hans in Koblenz wohnt, wohnt er in Deutschland.
 Wenn Hans in Deutschland wohnt, wohnt er in Koblenz.

Argumentum ad logicam Dieser Fehlschluss hat folgende Form [10]:

Argument A ist ein Fehlschluss auf die Konklusion K.
 Die Konklusion K ist falsch.

Die Tatsache, dass ein Argument ein Fehlschluss auf die Konklusion ist, dass die Konklusion also nicht aus den Prämissen folgt, sagt nichts aus über den Wahrheitswert der Konklusion [10]. Sie besagt lediglich, dass von den Prämissen in A nicht auf K geschlossen werden kann, die Art der Schlussfolgerung ist also falsch. Dies wird in folgendem Beispiel deutlich [9]:

Der Bruch $\frac{16}{64}$ läßt sich in $\frac{1}{4}$ überführen,
 indem man in Zähler und Nenner jeweils die 6 streicht.
 $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$

4.2 Informale Fehlschlüsse

Non causa pro causa Dieser Fehlschluss tritt dann auf, wenn ein Ereignis als Grund für ein anderes Ereignis angegeben wird, wobei diese Kausalität nicht bewiesen werden kann [9]. Dieser Kategorie sind u.a. die beiden folgenden Fehlschlüsse untergeordnet:

Cum hoc ergo propter hoc Hier wird aus der Tatsache, dass zwei Ereignisse gleichzeitig auftreten, abgeleitet, dass ein kausaler Zusammenhang zwischen beiden besteht [9]. Das eine Ereignis wird als Grund für das Eintreten des anderen Ereignisses angegeben.

Post hoc ergo propter hoc Hier wird aus der zeitlichen Abfolge von zwei Ereignissen abgeleitet, dass das erste Ereignis der Grund für das zweite ist [9]. Ein Beispiel hierfür ist:

Lisa trifft einen Schornsteinfeger.

Am nächsten Tag besteht sie eine Klausur.

Sie besteht die Klausur, weil sie einen Schornsteinfeger getroffen hat.

Red Herring Hier werden irrelevante Themen angeführt, um die Aufmerksamkeit der Diskussionsteilnehmer vom ursprünglichen Thema abzulenken [5]. Hierzu zählt jedes Argument, in dem die Prämissen in keiner logischen Beziehung zur Konklusion stehen [10]. Dies ist ein sehr allgemeines Kriterium, und natürlich gibt es die unterschiedlichsten Methoden, um von etwas abzulenken. Einige davon werden nun vorgestellt:

Appeal to Consequences Hier wird behauptet, einer Aussage A Glauben zu schenken, bringe gute (bzw. schlechte) Konsequenzen mit sich, daher sei A wahr (bzw. falsch) [10]. Die jeweiligen Konsequenzen sind natürlich nicht relevant für den Wahrheitsgehalt von A. Unter diese Kategorie fällt z.B. ein Fehlschluss, der sich durch die Androhung von Gewalt auszeichnet, dieser wird als „Argumentum ad baculum“ bezeichnet [9].

Appeal to Emotion Hier werden mit einer Aussage A Emotionen verknüpft, die die zu überzeugende Person in ihrer Meinung beeinflussen und dazu führen sollen, dass A akzeptiert wird [10]. Solche Emotionen können z.B. Angst, Mitleid, Neid, Stolz, ... sein [10]. Für den Wahrheitsgehalt einer Aussage sind Emotionen natürlich nicht relevant.

Two Wrongs Make a Right In diesem Fehlschluss wird der Versuch gemacht, eine falsche Handlung durch eine andere falsche Handlung zu rechtfertigen [10]. Diese andere Handlung weist oft Ähnlichkeiten zu der gerade relevanten Handlung auf, oder aber sie wurde von der „anklagenden“, kritisierenden Person ebenfalls begangen ; der letzte Fall entspricht einem Fehlschluss, der „Tu quoque“ genannt wird, was übersetzt soviel wie „Du auch“ bedeutet [10]. Ein Beispiel für „Tu quoque“ ist das folgende:

Paul: Rauchen ist ungesund, du solltest damit aufhören.

Hans: Du rauchst doch auch.

Begging the Question Unter diese Kategorie fallen alle Argumente, in denen die Konklusion als eine der Prämissen auftaucht, oder aber eine Folge von Argumenten, in der die abschließende Konklusion als Prämisse in einem der vorherigen Argumente verwendet wird [10]. Dieser Fehlschluss wird auch als „Teufelskreis“ bezeichnet, die Argumentation dreht sich im Kreis, dies widerspricht dem Prinzip, dass aus bereits bekannten oder für wahr gehaltenen Prämissen eine nicht bekannte Konklusion abgeleitet wird [10]. Ein solches Argument ist sogar gültig: Wenn die Prämisse wahr ist, kann die Konklusion nicht falsch sein, da diese in der Prämisse enthalten ist. Im schlimmsten Fall hat ein solches Argument nur eine Prämisse, und damit für eine Konklusion K folgende Form [5]:

$$\frac{\text{K ist wahr.}}{\text{K ist wahr.}}$$

5 Fazit

Abschließend läßt sich feststellen, dass die vorgestellten Grundlagen der Logik helfen, Argumente aus dem Alltag zu beurteilen und „gute“ von „schlechten“ Argumenten zu unterscheiden. Dies gilt besonders für die deduktive Logik, die es ermöglicht, nachzuvollziehen, warum die vorgestellten Inferenzregeln gültige Argumente erzeugen, sowie formale Fehlschlüsse zu analysieren.

In der induktiven Logik ist es schwieriger, zu entscheiden, ob ein Argument „gut“ ist: Hier folgt die Konklusion nicht zwingend aus den Prämissen, sondern es muss beurteilt werden, ob es bei wahren Prämissen wahrscheinlich ist, dass die Konklusion wahr ist. Daher gibt es sehr viele informale Fehlschlüsse, die im Kontext der induktiven Logik angesiedelt sind.

Literatur

1. Kahane, H.: *Logic and Contemporary Rhetoric. The Use of Reason in Everyday Life*. Wadsworth Publishing Company, Belmont, California, 1995.
2. Føllesdal, D., Walløe, L., Elster, J.: *Rationale Argumentation. Ein Grundkurs in Argumentations- und Wissenschaftstheorie*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1986/88.
3. Bühler, A.: *Einführung in die Logik: Argumentation und Folgerung*. Alber (Kolleg Philosophie), Freiburg/München, 1992.
4. Schöning, U.: *Logik für Informatiker*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin, 2000.
5. Labossiere, M.: *Fallacy Tutorial Pro 3.0*, 1995. in: <http://www.nizkor.org/features/fallacies/> (eingesehen: 30.4.2004).
6. Dowsing, R., Rayward-Smith, V., Walter, C.: *A First Course in Formal Logic and its Applications in Computer Science*. Blackwell Scientific Publications, Oxford (u.a.), 1986.
7. Walton, D.: *Informal Logic. A Handbook for Critical Argumentation*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
8. Lumer, C.: *Induktion*. in: Sandkühler, H. (Hrsg.): *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*. 4 Bde, Bd. 2. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1990.
9. Lowder, J.: *The Atheism Web. Logic & Fallacies*, 1995-1997. in: <http://www.infidels.org/news/atheism/logic.html> (eingesehen: 30.6.2004).
10. Curtis, G.: *The Fallacy Files*, 2001-2004. in: <http://www.fallacyfiles.org/> (eingesehen: 1.7.2004).