Seminar “Logik auf Abwegen”

Logic and Selfreference

Heike Fischer

09.08.2004

Motivation

- Die Logik als Mittel der Untersuchung der Formen und Gesetze, nach denen sich folgerichtiges Denken vollzieht.

Motivation

- **Allgemein:**

  Denken:

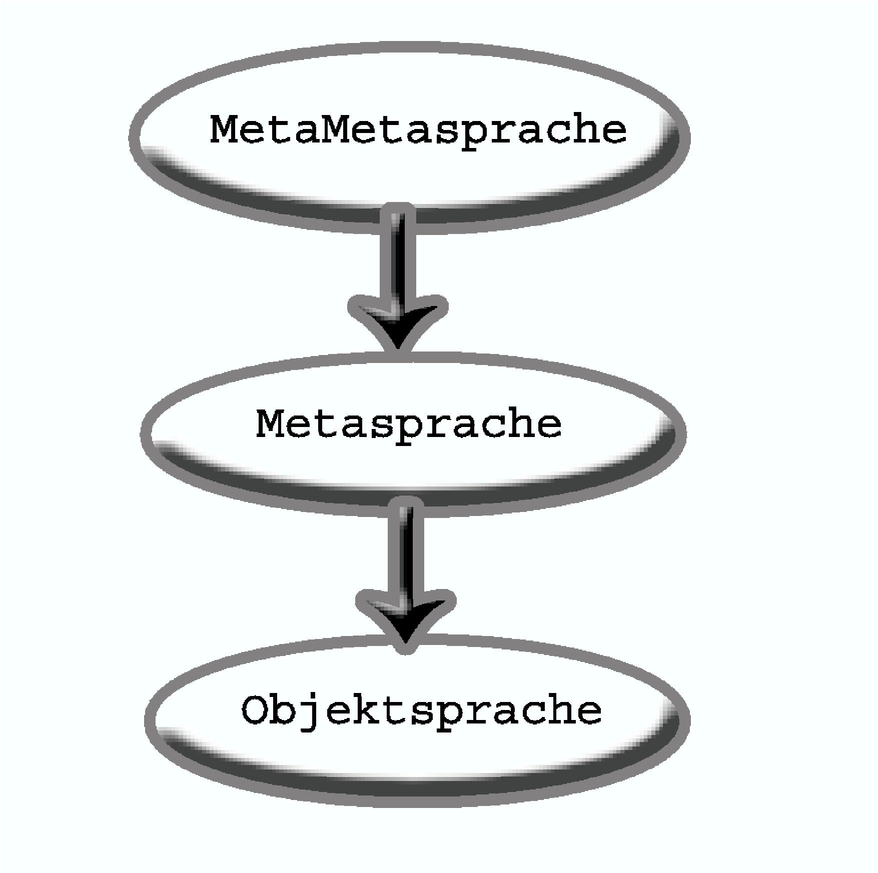
  Zielgerichtete Transformation von Repräsentationen höherer Ordnung

  Schlussfolgern:

  Generieren neuer Überzeugungen (Schlüsse) aus alten (Prämissen)

Objekt -und Metasprache

- **Definition**



Objekt -und Metasprache

- **Metasprache:**

  Sie definiert die Objektsprache und legt deren Regeln fest

- **Objektsprache:**

  Sprache, in der Aussagen formuliert werden.

Beispiel:

Koblenz ist eine Stadt.

’Koblenz’ hat sieben Buchstaben.

Die Aussage ”Der Satz ”Koblenz liegt an der Donau” ist falsch” **ist wahr.**

Modus Ponens

- **Definition:** Grundregel in der Logik und einfachster Schluss

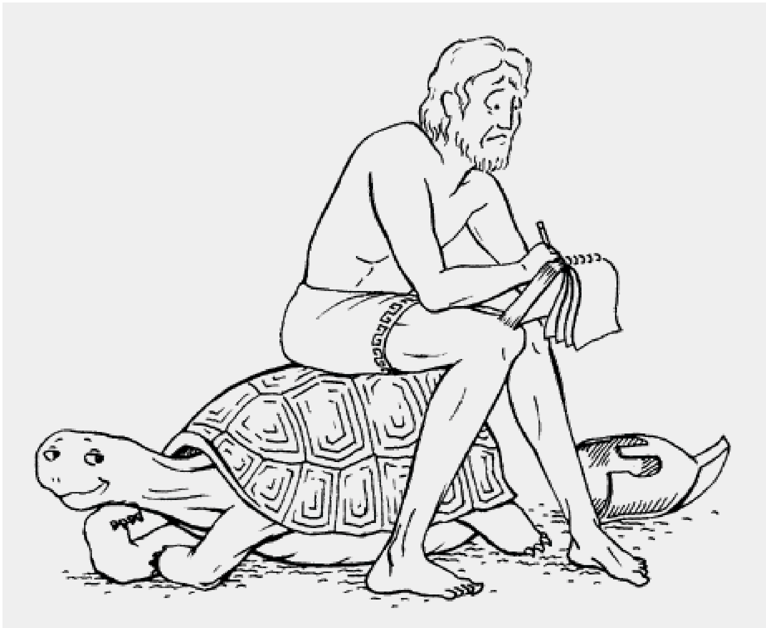
- **Beispiel:**

Wenn P dann Q	Wenn heute Sonntag ist, dann habe ich frei
P	heute ist Sonntag
――――――――――	
folglich Q	ich habe frei

Beispiel: Lewis Carroll’s Paradoxon

’Was die Schildkröte zu Achilles sagte’

- **Inhalt:** Dialog zwischen Tortoise und Achilles die über die Problematik bezüglich des Modus Ponens diskutieren.



Beispiel: Lewis Carroll's Paradoxon

- **Argument:**
  - ☞ (A): „Sind zwei Dinge einem dritten gleich, so sind sie einander gleich“
  - ☞ (B): „Die zwei Seiten dieses Dreiecks sind einer weiteren gleich “
  - ☞ (Z): „Die zwei Seiten dieses Dreiecks sind einander gleich “

Beispiel: Lewis Carroll's Paradoxon

- **Hinzufügen eines weiteren Argumentes:**
  - ☞ $(A)\ \ P \rightarrow Q$
  - ☞ $(B)\ \ Q$
  - ☞ $(\mathbf{C})\ \ \dfrac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P}\rightarrow\mathbf{Q}}{\mathbf{Q}}$
  - ☞ $(Z)\ \ Q$

Beispiel: Lewis Carroll's Paradoxon

- **Hinzufügen eines weiteren Argumentes:**
  - ☞ $(A)\ \ P \rightarrow Q$
  - ☞ $(B)\ \ Q$
  - ☞ $(C)\ \ \dfrac{P \quad P \rightarrow Q}{Q}$
  - ☞ $(\mathbf{D})\ \ \dfrac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{Q} \quad \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{Q}}{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}}$
  - ☞ ...
  - ☞ $(Z)\ \ Q$

Analyse

’Was die Schildkröte zu Achilles sagte’

- **Feststellung:**

  Die gleichen Ereignisse finden immer und immer wieder statt, nur jedes mal auf einer höheren Ebene

  Darstellung der Differenzierung der Objekt -und Metasprache

Analyse

- **Problem: Unendlicher Regress**

  Um Regeln in Logik einzuhalten, werden Regeln vorausgesetzt, welche wiederum Regeln benötigen, . . .

  Folgerichtiges Denken bedingt einen unendlichen Regress.

Analyse

- **Frage:**

  Wie wendet man Regeln an, ohne in einen unendlichen Abstieg zu gelangen?

Lösungsansätze

- **Denkansätze verschiedener Philosophen**

1. **Antwort Hofstadters:**

Menschen handeln ohne Regeln zu benötigen.

Lösungsansätze

2.**Antwort Isashiki:**

Versucht das Paradoxon zu lösen,

mit Hilfe verschiedener Philosophen und seinem eigenen Ansatz

2.1 <u>M.Kneale und W.Kneale:</u>

Trennung zwischen Objekt -und Metasprache

Lösungsansätze

2.2 Dummet:

Klarheit und Universalität werden benötigt um Modus Ponens anwenden zu können.

2.3 Quine:

Wenn Logik Regeln braucht, wird eine weitere Logik benötigt.

Lösungsansätze

2.4 Lösung Isashiki:

Jeder Schlussfolgerungshandlung geht eine explizite Regel voraus;

das verhindert das man modus ponens nicht anwenden kann.

Lösungsansätze

3. Antwort Katarzyna Paprzycka:

- Fehlende Prämissen müssen bewiesen werden, die nötig sind einen unendlichen Regress zu erzeugen.
- Frage: Was ist eine Fehlende Prämisse?

Ansatz K.Paprzycka

- Annäherung:

  $(^{*}T)$ Wenn man nicht P_m (= fehlende Prämisse) glaubt, dann hat man keinen Grund zu glauben, dass Z wahr ist.

- Wenn ... (Voraussetzung), dann ... (Folgerung).

- Beispiel:

  ”Töten ist falsch, deshalb ist Abtreibung falsch.”

  P_m : Abtreibung ist töten.

Ansatz K.Paprzycka

- Problem: Unklarheit der Voraussetzung und Folgerung von (*T).
  Der Geltungsbereich der Verneinung ist bei Verben nicht immer eindeutig.

- Beispiel(Belnap & Perloff, 1990):
  ”α will nicht φ.”
  ”α will φ nicht.”

Ansatz K.Paprzycka

- 2 Lesearten von (*T):

  $(^*T^{Bn})$[a]Wenn man glaubt, dass P_m nicht wahr ist, hätte man keinen Grund zu glauben, dass Z wahr ist.

  $(^*T^{Nb})$[b] Wenn es nicht der Fall ist, dass man glaubt, dass P_m wahr ist, hätte man keinen Grund zu glauben, dass Z wahr ist.

[a] $(^*T^{Bn})$ = believe not
[b] $(^*T^{Nb})$ = not believe

Ansatz K.Paprzycka

- Lesearten von (*T):

$(^*T^{Bn})$	P1,P2,...,Pk,$\neg P_m$	$\not\rightarrow$	C	
	P1,P2,...,Pk,P_m	$\longrightarrow$	C	P_m ist fehlende Prämisse

---

$(^*T^{Nb})$	P1,P2,...,Pk,	$\not\rightarrow$	C	
	P1,P2,...,Pk P_m	$\longrightarrow$	C	P_m ist fehlende Prämisse

Ansatz K.Paprzycka

- Möglichkeiten der Folgerung:

  $(_{-}T^{Nb})$Wenn es nicht der Fall ist, dass man glaubt, dass P_m wahr ist, hätte man einen Grund, <u>nicht zu glauben</u>, dass Z wahr ist.

  $(_{=}T^{Nb})$ Wenn es nicht der Fall ist, dass man glaubt, dass P_m wahr ist, hätte man einen Grund <u>zu glauben</u>, dass Z nicht wahr ist.

Ansatz K.Paprzycka

- Lesearten von (*T):

$(_{-}T^{Nb})$	P1,P2,...,Pk	$\not\rightarrow$	C	Grund nicht zu glauben, dass C wahr ist.
$(_{=}T^{Nb})$	P1,P2,...,Pk	$\not\rightarrow$	C	Grund zu glauben, dass C nicht wahr ist

Ansatz K.Paprzycka

- (T^{Nb}) ist der erforderliche Test um zu bestimmen, ob eine Prämisse fehlt.
- Annahme (T^{Nb}) als wahren Test und (T^{Bn}) als falschen Test
- Nur durch Anwendung des falschen Tests wird der Regress der unendlichen Prämissen erzeugt.
- Annahme:

  Der falsche Test,liefert die Bedingung dafür, dass H1 eine fehlende Prämisse ist im Argument ist.

Ansatz K.Paprzycka

- Feststellung:

  Der <u>wahre Test</u> betrachtet sorgfältig die existierenden Prämissen, um zu sehen ob eine Schlussfolgerung aus ihnen folgt.

  Der <u>falsche Test</u> hilft zu entscheiden, ob die existierenden Prämissen ausreichen um eine Folgerung zu ziehen (fügt neue Informationen hinzu).

- am Beispiel: Abtreibung ist falsch,weil Töten falsch ist.

Ansatz K.Paprzycka

- **Antwort Paprzycka:**

  Prämisse P_m fehlt nur, wenn:

⇨ P_m liefert einen Grund zu glauben, dass Z wahr ist

⇨ (T^{Nb}): wenn es nicht der Fall wäre, dass man glauben würde, dass P_m wahr ist, hätte man keinen Grund zu glauben dass Z wahr ist.

Ansatz K.Paprzycka

- **Anwendung in der Parabel:**

$$(^*T^{Bn}) \qquad \mathsf{P{\longrightarrow}Q,P,}\frac{P \quad P{\rightarrow}Q}{Q}\mathsf{,}\neg\ \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q} \quad \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q}}{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}} \quad \not\longrightarrow \ \mathsf{Q}$$

$$\mathsf{P{\longrightarrow}Q,P,}\frac{P \quad P{\rightarrow}Q}{Q}\mathsf{,}\ \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q} \quad \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q}}{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}} \quad \longrightarrow \ \mathsf{Q}$$

$$(^*T^{Nb}) \qquad \mathsf{P{\longrightarrow}Q,P,}\frac{P \quad P{\rightarrow}Q}{Q} \quad \not\longrightarrow \ \mathsf{Q}$$

$$\mathsf{P{\longrightarrow}Q,P,}\frac{P \quad P{\rightarrow}Q}{Q}\mathsf{,}\ \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q} \quad \frac{\mathbf{P} \quad \mathbf{P{\rightarrow}Q}}{\mathbf{Q}}}{\mathbf{Q}} \quad \longrightarrow \ \mathsf{Q}$$

Zusammenfassung

- Vorstellung und Erörterung verschiedener Lösungen

- Parabel stützt sich auf eine Mehrdeutigkeit.

Fazit

- Einfachster primitivster Schluss und objektivste Wahrheit sind nur etwas Wert, wenn Menschen da, die bereit sind, sie zu akzeptieren

- Durch Anwenden der Regeln der Logik entstehen gültige Schlussfolgerungen,und letztendlich kann ein objektives Wissen über die Wirklichkeit erreicht werden.