

Das Gleichheitsprädikat

Semantik

Für alle Interpretationen I gilt:

$$I(\text{term}_1 = \text{term}_2) = \text{true}$$

genau dann, wenn

$$I(\text{term}_1) = I(\text{term}_2)$$

Das Gleichheitsprädikat

Semantik

Für alle Interpretationen I gilt:

$$I(\text{term}_1 = \text{term}_2) = \text{true}$$

genau dann, wenn

$$I(\text{term}_1) = I(\text{term}_2)$$

Beispiele

$a = b$ ist erfüllbar

$a = a$ ist allgemeingültig

Das Gleichheitsprädikat

Beispiel

Formalisierung von „Bruder, der nicht nur Halbbruder ist“

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \text{ bruder}(x, y) \leftrightarrow & (\neg(x = y) \wedge \\ & \exists m \exists v (\neg(m = v) \wedge \\ & \text{elter}(m, x) \wedge \text{elter}(v, x) \wedge \\ & \text{elter}(m, y) \wedge \text{elter}(v, y))) \end{aligned}$$

Wichtige Begriffe für Prädikatenlogik

Definition

- **Allgemeingültigkeit**
- **Erfüllbarkeit**
- **Unerfüllbarkeit**
- **Logische Folgerung**
- **Logische Äquivalenz**

**für Prädikatenlogik genauso definiert wie für Aussagenlogik
(nur mit prädikatenlogischen Modellen statt aussagenlogischen)**

Ausblick: Entscheidbarkeit der Erfüllbarkeit

Kalküle

Es gibt korrekte und vollständige Kalküle für Prädikatenlogik (z.B. Resolution)

- Wenn $KB \vdash F$, dann $KB \models F$
- Wenn $KB \models F$, dann $KB \vdash F$

Ausblick: Entscheidbarkeit der Erfüllbarkeit

Kalküle

Es gibt korrekte und vollständige Kalküle für Prädikatenlogik (z.B. Resolution)

- Wenn $KB \vdash F$, dann $KB \models F$
- Wenn $KB \models F$, dann $KB \vdash F$

Aber diese Kalküle können die Erfüllbarkeit von Formeln NICHT entscheiden

Ausblick: Entscheidbarkeit der Erfüllbarkeit

Aussagenlogik

Allgemeingültigkeit, Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit **ENTSCHEIDBAR**

Ausblick: Entscheidbarkeit der Erfüllbarkeit

Aussagenlogik

Allgemeingültigkeit, Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit **ENTSCHEIDBAR**

Prädikatenlogik

- Menge der allgemeingültigen Formeln **AUFZÄHLBAR**
- Menge der unerfüllbaren Formeln **AUFZÄHLBAR**
- Menge der erfüllbaren Formeln **NICHT AUFZÄHLBAR**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**
- **Prädikatenlogisches Modell**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**
- **Prädikatenlogisches Modell**
- **Auswertung von Formeln in Modellen**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**
- **Prädikatenlogisches Modell**
- **Auswertung von Formeln in Modellen**
- **Eigenschaften von Quantoren**
(Vertauschbarkeit untereinander und mit \wedge, \vee)

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**
- **Prädikatenlogisches Modell**
- **Auswertung von Formeln in Modellen**
- **Eigenschaften von Quantoren**
(Vertauschbarkeit untereinander und mit \wedge, \vee)
- **Gleichheitsprädikat**

Zusammenfassung: Syntax und Semantik

- **Prädikatenlogische Signatur**
- **Term, Atom, Formel**
- **Prädikatenlogisches Modell**
- **Auswertung von Formeln in Modellen**
- **Eigenschaften von Quantoren**
(Vertauschbarkeit untereinander und mit \wedge, \vee)
- **Gleichheitsprädikat**
- **Entscheidbarkeit der Erfüllbarkeit von Formeln**