1. Zwischenklausur Formale Systeme

Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik

WS 2008/2009

Prof. Dr. Bernhard Beckert

4. Dezember 2008

Name: ______________________

Vorname: ______________________

Matrikel-Nr.: ______________________

Bitte geben Sie auf jedem benutzten Blatt rechts oben Ihren Namen und Ihre Matrikel-Nummer an!

Die Bearbeitungszeit beträgt 30 Minuten.

A1 (10)	A2 (5)	A3 (9)	A4 (6)	Σ (30)

Bewertungstabelle bitte frei lassen!

Gesamtpunkte:

1 Zur Einstimmung (5+3+2 Punkte)

a. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Für jede unerfüllbare Klauselmenge K gilt: Der kürzestmögliche Resolutionsbeweis für die Unerfüllbarkeit von K benötigt höchstens so viele Schritte wie es Literale in K gibt.		X
Es gibt eine aussagenlogische Formel P, so dass es sowohl für $0P$ als auch für $1P$ ein geschlossenes Tableau gibt.		X
Der Markierungsalgorithmus für Hornformeln hat eine Laufzeit, die quadratisch in der Anzahl der Literale ist.	X	
Wenn A und $B \rightarrow \neg A$ Tautologien sind, dann ist $\neg B$ auch eine Tautologie.	X	
Wenn man in einem Shannongraphen zu einer Formel f die mit 1 und mit 0 beschrifteten Knoten vertauscht, erhält man einen Shannongraphen für $\neg f$.	X	

b. Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle das Zutreffende an. Für korrekte Antworten erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten wird ein Punkt abgezogen. Dabei werden jedoch nie weniger als 0 Punkte für diese Teilaufgabe vergeben.

	Richtig	Falsch
Die Substitution $\{x/f(c,x)\}$ kann auf jede Formel ohne Kollision angewendet werden.	X	
Die Substitution $\{x/y,\ y/g(c)\}$ kann auf die Formel $\exists x\, p(h(y),x)$ ohne Kollision angewendet werden.	X	
Es gibt eine prädikatenlogische Interpretation, in der alle prädikatenlogischen Formeln wahr sind.		X

c. Geben Sie für die folgenden Formelpaare jeweils an, ob Sie unifizierbar sind. Wenn ja, geben Sie zusätzlich einen allgemeinsten Unifikator und die Ergebnisformel an. Bei dieser Teilaufgabe werden keine Punkte für falsche Antworten abgezogen.

i. $p(f(c),x)\ ,\ p(f(x),f(c))$

Nicht unifizierbar.
Nach Robinson müsste im ersten Schritt $\{x/c\}$ erfolgen; danach ist aber c mit $f(c)$ nicht unifizierbar (per Konvention ist c eine Konstante, aber auch, wenn c eine Variable wäre, wären die Formeln nicht unifizierbar).

ii. $x \doteq y\ ,\ g(f(y)) \doteq f(z)$

Allgemeinster Unifikator: $\mu = \{x/g(f(f(z))),\ y/f(z)\}$ ($\{x/g(f(y)),\ y/f(z)\}$ ist falsch!)
Ergebnisformel: $g(f(f(z))) \doteq f(z)$

2 Tableaukalkül (5 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des aussagenlogischen Tableaukalküls:

Die Formel $p \to \big(q \to \neg(q \to \neg p)\big)$ ist allgemeingültig.

Notieren Sie bei jedem Schritt, durch welche Regelanwendung eine Formel auf dem Tableau entstanden ist.

$0(p \to (q \to \neg(q \to \neg p)))$ 1

$1p$ 2[α(1)]

$0(q \to \neg(q \to \neg p))$ 3[α(1)]

$1q$ 4[α(3)]

$0\neg(q \to \neg p)$ 5[α(3)]

$1(q \to \neg p)$ 6[α^*(5)]

Linker Ast:

$0q$ 7[β(6)]

$*$ 4 und 7

Rechter Ast:

$1\neg p$ 8[β(6)]

$0p$ 9[α^*(8)]

$*$ 2 und 9

[*] Die Entfernung der „doppelten Negation" $\frac{0\neg F}{1F}$ ist eine α-Regel.

Die Vorzeichen 0 und 1 stehen immer nur am Anfang von Formeln, sie kommen niemals innerhalb von Formeln vor.

Der Tableaukalkül erfordert nicht die Transformation in konjunktive Normalform (wie Resolution).

3 Davis-Putnam-Verfahren (9 Punkte)

Ein Student der Formalen Systeme steht vor der Snackbar und überlegt sich, was er bestellen soll. Folgende Aussagen kann er über seine Bestellung machen:

1. Ich werde einen Hamburger oder Pommes Frites bestellen oder beides.

Aussage: $H \vee P$	Klausel(n): $H \vee P$

2. Wenn ich einen Hamburger bestelle, dann auch einen Milchshake.

Aussage: $H \rightarrow M$	Klausel(n): $\neg H \vee M$

3. Wenn ich einen Hamburger und Pommes Frites bestelle, dann werde ich keinen Milchshake bestellen.

Aussage: $(H \wedge P) \rightarrow \neg M$	Klausel(n): $\neg H \vee \neg P \vee \neg M$

4. Wenn ich einen Milchshake nehme, dann auch Pommes Frites.

Aussage: $M \rightarrow P$	Klausel(n): $\neg M \vee P$

a. Formalisieren Sie die Aussagen **i** bis **iv** in Aussagenlogik (tragen Sie Ihr Ergebnis in die obige Tabelle ein). Benutzen Sie dazu die Variablen H für *Hamburger*, P für *Pommes Frites* und M für *Milchshake*.

b. Wandeln Sie die Aussagen in Klauselnormalform um (tragen Sie Ihr Ergebnis in die obige Tabelle ein).

c. Benutzen Sie das Davis-Putnam-Verfahren, um eine erfüllende Belegung der Klauselmenge aus **b.** zu bestimmen.

Initiale Klauselmenge	$H \vee P$,	$\neg H \vee M$,	$\neg H \vee \neg P \vee \neg M$,	$\neg M \vee P$
Wähle (z.B.) H:	$-$,	M,	$\neg P \vee \neg M$,	$\neg M \vee P$
Unit M:	$-$,	$-$,	$\neg P$,	P
Unit P:	$-$,	$-$,	$\square$,	$-$
Betrachte $\neg H$:	P,	$-$,	$-$,	$\neg M \vee P$
Unit P:	$-$,	$-$,	$-$,	$-$

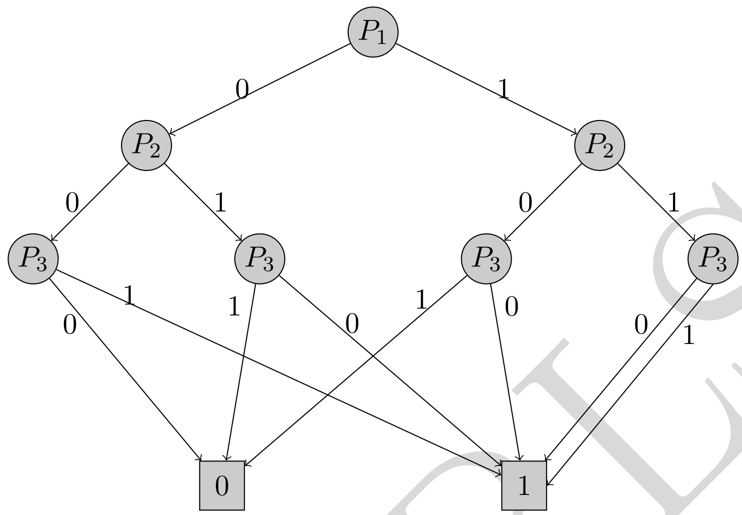
Erfüllende Belegung:

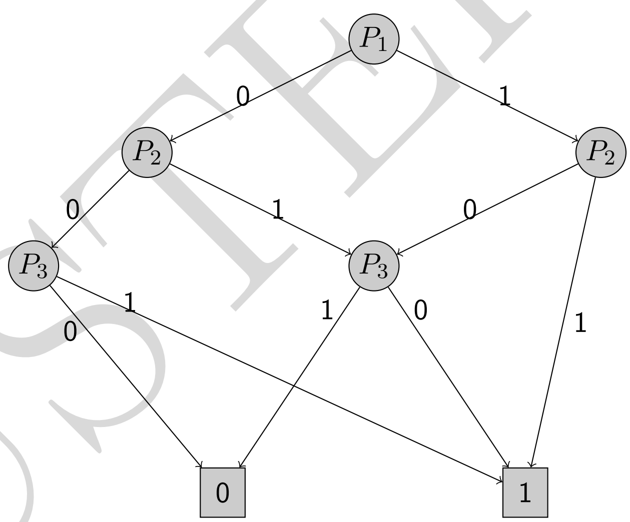
$I(H) = F \qquad I(P) = W \qquad I(M) =$ egal

Name:
Matr.-Nr.:

4 Shannongraph (6 Punkte)

a. Reduzieren Sie den folgenden Shannongraphen vollständig:





b. Lesen Sie aus dem reduzierten Graphen aus **a.** eine äquivalente aussagenlogische Formel in disjunktiver Normalform (DNF) ab.

$$(P_1 \land P_2) \lor (P_1 \land \neg P_2 \land \neg P_3) \lor (\neg P_1 \land P_2 \land \neg P_3) \lor (\neg P_1 \land \neg P_2 \land P_3)$$