Formale Systeme

Prof. Dr. Bernhard Beckert

Fakultät für Informatik
Universität Karlsruhe (TH)

Winter 2008/2009

Sudoku

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Sudoku

Vervollständigen Sie das Sudoku so, daß

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

- in jeder der neun Spalten
- in jeder der neun Reihen
- und in jeder der neun Regionen

alle Zahlen von 1 bis 9 vorkommen.

Sudoku
Lösung

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Lösungsweg via Aussagenlogik

Wir führen für jede Zellenposition (i, j) des Sudoku und jede Zahl k zwischen 1 und 9 eine Boolesche Variable

$$D^k_{i,j}$$

ein, mit der Vorstellung, daß $D^k_{i,j}$ den Wert *wahr* hat, wenn auf dem Feld (i, j) die Zahl k steht.

Lösungsweg via Aussagenlogik

Wir führen für jede Zellenposition (i, j) des Sudoku und jede Zahl k zwischen 1 und 9 eine Boolesche Variable

$$D^k_{i,j}$$

ein, mit der Vorstellung, daß $D^k_{i,j}$ den Wert *wahr* hat, wenn auf dem Feld (i, j) die Zahl k steht.

Wir benutzen kartesische Koordinaten zur Notation von Positionen.

Lösungsweg via Aussagenlogik

Wir führen für jede Zellenposition (i, j) des Sudoku und jede Zahl k zwischen 1 und 9 eine Boolesche Variable

$$D^k_{i,j}$$

ein, mit der Vorstellung, daß $D^k_{i,j}$ den Wert *wahr* hat, wenn auf dem Feld (i, j) die Zahl k steht.

Wir benutzen kartesische Koordinaten zur Notation von Positionen.

So ist z.B. $D^9_{9,1}$ wahr, wenn in der rechten unteren Ecke die Zahl 9 steht.

Sudoku Regeln als AL-Formeln

$$D^1_{1,9} \vee D^1_{2,9} \vee D^1_{3,9} \vee D^1_{4,9} \vee D^1_{5,9} \vee D^1_{6,9} \vee D^1_{7,9} \vee D^1_{8,9} \vee D^1_{9,9}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der ersten Zeile vorkommen muß.

Sudoku Regeln als AL-Formeln

$$D^1_{1,9} \lor D^1_{2,9} \lor D^1_{3,9} \lor D^1_{4,9} \lor D^1_{5,9} \lor D^1_{6,9} \lor D^1_{7,9} \lor D^1_{8,9} \lor D^1_{9,9}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der ersten Zeile vorkommen muß.

$$D^1_{1,1} \lor D^1_{1,2} \lor D^1_{1,3} \lor D^1_{1,4} \lor D^1_{1,5} \lor D^1_{1,6} \lor D^1_{1,7} \lor D^1_{1,8} \lor D^1_{1,9}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der ersten Spalte vorkommen muß.

Sudoku Regeln als AL-Formeln

$$D^1_{1,9} \vee D^1_{2,9} \vee D^1_{3,9} \vee D^1_{4,9} \vee D^1_{5,9} \vee D^1_{6,9} \vee D^1_{7,9} \vee D^1_{8,9} \vee D^1_{9,9}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der ersten Zeile vorkommen muß.

$$D^1_{1,1} \vee D^1_{1,2} \vee D^1_{1,3} \vee D^1_{1,4} \vee D^1_{1,5} \vee D^1_{1,6} \vee D^1_{1,7} \vee D^1_{1,8} \vee D^1_{1,9}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der ersten Spalte vorkommen muß.

$$D^1_{1,1} \vee D^1_{1,2} \vee D^1_{1,3} \vee D^1_{2,1} \vee D^1_{2,2} \vee D^1_{2,3} \vee D^1_{3,1} \vee D^1_{3,2} \vee D^1_{3,3}$$

sagt, daß die Ziffer 1 mindestens einmal in der Region links unten vorkommen muß.

Zusätzliche AL-Formeln

Die bisherigen Formeln beschreiben Sudoku noch nicht genau.

Zusätzliche AL-Formeln

Die bisherigen Formeln beschreiben Sudoku noch nicht genau.

Man muß noch sagen, daß auf jeder Zelle höchstens eine Zahl stehen kann.

Zusätzliche AL-Formeln

Die bisherigen Formeln beschreiben Sudoku noch nicht genau.

Man muß noch sagen, daß auf jeder Zelle höchstens eine Zahl stehen kann.

$\neg(D^1_{1,1} \wedge D^2_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^3_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^4_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^5_{1,1})$,
$\neg(D^1_{1,1} \wedge D^6_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^7_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^8_{1,1})$, $\neg(D^1_{1,1} \wedge D^9_{1,1})$,
$\neg(D^2_{1,1} \wedge D^3_{1,1})$, $\neg(D^2_{1,1} \wedge D^4_{1,1})$, $\neg(D^2_{1,1} \wedge D^5_{1,1})$, $\neg(D^2_{1,1} \wedge D^6_{1,1})$,
$\neg(D^2_{1,1} \wedge D^7_{1,1})$, $\neg(D^2_{1,1} \wedge D^8_{1,1})$, $\neg(D^2_{1,1} \wedge D^9_{1,1})$, $\neg(D^3_{1,1} \wedge D^4_{1,1})$,
usw. . .

Zusätzliche AL-Formeln

Allgemein:

Zusätzliche AL-Formeln

Allgemein:

$$\neg(D_{i,j}^{s} \wedge D_{i,j}^{t})$$

für alle $1 \leq i, j, s, t \leq 9$ mit $s < t$.

Zusätzliche AL-Formeln

Allgemein:

$$\neg(D^s_{i,j} \wedge D^t_{i,j})$$

für alle $1 \leq i, j, s, t \leq 9$ mit $s < t$.

Ergibt $81 * 36 = 2916$ Formeln.

Wiederholung

Syntax und Semantik der Aussagenlogik

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

$\neg$ Negationssymbol („nicht“)

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

$\neg$ Negationssymbol („nicht“)

$\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

$\neg$ Negationssymbol („nicht“)

$\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)

$\vee$ Disjunktionssymbol („oder“)

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

- $\mathbf{1}$ Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
- $\mathbf{0}$ Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
- $\neg$ Negationssymbol („nicht“)
- $\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)
- $\vee$ Disjunktionssymbol („oder“)
- $\rightarrow$ Implikationssymbol („wenn … dann“)

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“

0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

$\neg$ Negationssymbol („nicht“)

$\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)

$\vee$ Disjunktionssymbol („oder“)

$\rightarrow$ Implikationssymbol („wenn ... dann“)

$\leftrightarrow$ Symbol für beiderseitige Implikation („genau dann, wenn“)

Vokabular der Aussagenlogik
Logische Zeichen

1	Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
0	Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
$\neg$	Negationssymbol („nicht“)
$\wedge$	Konjunktionssymbol („und“)
$\vee$	Disjunktionssymbol („oder“)
$\rightarrow$	Implikationssymbol („wenn … dann“)
$\leftrightarrow$	Symbol für beiderseitige Implikation („genau dann, wenn“)
$($, $)$	die beiden Klammern

Vokabular der Aussagenlogik
Signatur

Eine (aussagenlogische) *Signatur* ist eine abzählbare Menge Σ von Symbolen, etwa

$$\Sigma = \{P_0, \ldots, P_n\}$$

oder

$$\Sigma = \{P_0, P_1, \ldots\}.$$

Die Elemente von Σ heißen auch *atomare Aussagen*, *Atome* oder *Aussagevariablen*.

Formeln der Aussagenlogik

Zur Signatur Σ ist $For0_\Sigma$, die Menge der

$$\textit{Formeln} \text{ über } \Sigma$$

induktiv definiert durch

1. $\mathbf{1} \in For0_\Sigma$
   $\mathbf{0} \in For0_\Sigma$
   $\Sigma \subseteq For0_\Sigma$

Formeln der Aussagenlogik

Zur Signatur Σ ist $For0_\Sigma$, die Menge der

Formeln über Σ

induktiv definiert durch

1. $\mathbf{1} \in For0_\Sigma$
   $\mathbf{0} \in For0_\Sigma$
   $\Sigma \subseteq For0_\Sigma$
2. wenn $A, B \in For0_\Sigma$ dann sind auch

   $\neg A$
   $(A \wedge B)$
   $(A \vee B)$
   $(A \rightarrow B)$
   $(A \leftrightarrow B)$

   Elemente von $For0_\Sigma$

Übungsaufgaben

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion:

Übungsaufgaben

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion:

1. Ist $A \in For0_{\Sigma}$ und sind B, C Teilformeln von A, dann gilt
   - entweder C ist Teilformel von B
   - oder B ist echte Teilformel von C
   - oder B, C liegen disjunkt.

Übungsaufgaben

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion:

1. Ist $A \in For0_\Sigma$ und sind B, C Teilformeln von A, dann gilt
   - entweder C ist Teilformel von B
   - oder B ist echte Teilformel von C
   - oder B, C liegen disjunkt.
2. Ist B Teilformel von $A \in For0_\Sigma$ und zugleich Präfix von A, dann sind A, B identisch.

   Volle Klammerung vorausgesetzt.

Semantik der Aussagenlogik

Es sei Σ eine aussagenlogische Signatur. Eine Interpretation über Σ ist eine beliebige Abbildung

$$I : \Sigma \to \{W, F\}.$$

Semantik der Aussagenlogik

Es sei Σ eine aussagenlogische Signatur. Eine Interpretation über Σ ist eine beliebige Abbildung

$$I : \Sigma \to \{W, F\}.$$

Zu jedem I über Σ wird eine zugehörige Auswertung der Formeln über Σ definiert

$$val_I : For0_\Sigma \to \{W, F\}$$

mit:

$$\begin{array}{rcll} val_I(\mathbf{1}) & = & W & \\ val_I(\mathbf{0}) & = & F & \\ val_I(P) & = & I(P) & \text{für jedes } P \in \Sigma \end{array}$$

$$val_I(\neg A) = \begin{cases} F & \text{falls } val_I(A) = W \\ W & \text{falls } val_I(A) = F \end{cases}$$

Semantik der Aussagenlogik (Forts.)

val_I auf $(A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B)$ wird gemäß der folgenden Tabelle berechnet

$val_I(A)$	$val_I(B)$	val_I $(A \wedge B)$	val_I $(A \vee B)$	val_I $(A \rightarrow B)$	val_I $(A \leftrightarrow B)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	F	F
F	W	F	W	W	F
F	F	F	F	W	W

Quiz

Welche der folgenden Formeln sind Tautologien?

1 $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

2 $\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

3 $\neg(A \vee B) \rightarrow (A \vee B)$

4 $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$

5 $(\neg A \vee B) \vee (A \wedge \neg B)$

Quiz

Welche der folgenden Formeln sind Tautologien?

1	$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$	*ja*
2	$\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$	*ja*
3	$\neg(A \vee B) \rightarrow (A \vee B)$	*nein*
4	$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	*nein*
5	$(\neg A \vee B) \vee (A \wedge \neg B)$	*ja*

Logische Grundbegriffe

Definition

Logische Grundbegriffe

Definition

1. Ein Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$ ist eine Interpretation I über Σ mit $val_I(A) = W$.

Logische Grundbegriffe

Definition

1. Ein Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$ ist eine Interpretation I über Σ mit $val_I(A) = W$.
2. Zu einer Formelmenge $M \subseteq For0_\Sigma$ ist ein Modell von M eine Interpretation I, welche Modell von jedem $A \in M$ ist.

Logische Grundbegriffe

Definition

1. Ein Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$ ist eine Interpretation I über Σ mit $val_I(A) = W$.
2. Zu einer Formelmenge $M \subseteq For0_\Sigma$ ist ein Modell von M eine Interpretation I, welche Modell von jedem $A \in M$ ist.
3. $A \in For0_\Sigma$ heißt allgemeingültig
   gdw
   $val_I(A) = W$ für jede Interpretation I über Σ.

Logische Grundbegriffe

Definition

1. Ein Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$ ist eine Interpretation I über Σ mit $val_I(A) = W$.
2. Zu einer Formelmenge $M \subseteq For0_\Sigma$ ist ein Modell von M eine Interpretation I, welche Modell von jedem $A \in M$ ist.
3. $A \in For0_\Sigma$ heißt allgemeingültig
   gdw
   $val_I(A) = W$ für jede Interpretation I über Σ.
4. $A \in For0_\Sigma$ heißt erfüllbar
   gdw
   es gibt eine Interpretation I über Σ mit $val_I(A) = W$.

Logische Grundbegriffe (Forts.)

Definition

Σ sei eine Signatur, $M \subseteq For0_\Sigma$, $A, B \in For0_\Sigma$.

1. $M \models A$ lies: aus M folgt A
   gdw
   Jedes Modell von M ist auch Modell von A.
2. $A, B \in For0_\Sigma$ heißen logisch äquivalent
   gdw
   $A \models_\Sigma B$ und $B \models_\Sigma A$

Einige Beispiele allgemeingültiger Formeln

$A \rightarrow A$	Selbstimplikation
$\neg A \vee A$	Tertium non datur
$A \rightarrow (B \rightarrow A)$	Abschwächung
$\mathbf{0} \rightarrow A$	Ex falso quodlibet
$A \wedge A \leftrightarrow A$	Idempotenz
$A \wedge (A \vee B) \leftrightarrow A$	Absorption
$A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributivität
$A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	Distributivität

Einige Beispiele allgemeingültiger Formeln (Fortsetzung)

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$	Kontraposition
$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow$	
$((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$	Verteilen
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$	De Morgan
$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$	De Morgan

Einfache Sätze

Theorem

Einfache Sätze

Theorem

1. *A erfüllbar gdw $\neg A$ nicht allgemeingültig*

Einfache Sätze

Theorem

1. *A erfüllbar gdw* $\neg A$ *nicht allgemeingültig*
2. $\models A$ *gdw A ist allgemeingültig.*

Einfache Sätze

Theorem

1. *A erfüllbar gdw $\neg A$ nicht allgemeingültig*
2. *$\models A$ gdw A ist allgemeingültig.*
3. *$\models \neg A$ gdw A ist unerfüllbar.*

Einfache Sätze

Theorem

1. *A erfüllbar gdw* $\neg A$ *nicht allgemeingültig*
2. $\models A$ *gdw* A *ist allgemeingültig.*
3. $\models \neg A$ *gdw* A *ist unerfüllbar.*
4. $A \models B$ *gdw* $\models A \rightarrow B$

Einfache Sätze

Theorem

1. A erfüllbar gdw $\neg A$ nicht allgemeingültig
2. $\models A$ gdw A ist allgemeingültig.
3. $\models \neg A$ gdw A ist unerfüllbar.
4. $A \models B$ gdw $\models A \rightarrow B$
5. $M \cup \{A\} \models B$ gdw $M \models A \rightarrow B$

Einfache Sätze

Theorem

1. A *erfüllbar gdw* $\neg A$ *nicht allgemeingültig*
2. $\models A$ *gdw* A *ist allgemeingültig.*
3. $\models \neg A$ *gdw* A *ist unerfüllbar.*
4. $A \models B$ *gdw* $\models A \to B$
5. $M \cup \{A\} \models B$ *gdw* $M \models A \to B$
6. A, B *sind logisch äquivalent* *gdw* $A \leftrightarrow B$ *ist allgemeingültig.*

Das Craigsche Interpolationslemma

Seien A, B aussagenlogische Formeln mit

$$\models A \rightarrow B$$

dann gibt es eine Formel C mit

$$\models A \rightarrow C \quad \text{und} \quad \models C \rightarrow B,$$

so daß in C nur solche aussagenlogischen Atome $P \in \Sigma$ vorkommen, die sowohl in A als auch in B vorkommen.
An eventuelle Vorkommen von $\mathbf{1}$ und $\mathbf{0}$ in C werden keine Einschränkungen gemacht.

Interpolationslemma: Beweis

Seien $P_1, \ldots P_n$ alle in A vorkommenden aussagenlogischen Atome, die nicht in B vorkommen.

Interpolationslemma: Beweis

Seien $P_1, \ldots P_n$ alle in A vorkommenden aussagenlogischen Atome, die nicht in B vorkommen.
Für Konstanten $c_i \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}$ bezeichnen wir mit $A[c_1, \ldots, c_n]$ die Formeln, die aus A hervorgeht, indem P_i durch c_i ersetzt wird für alle $1 \leq i \leq n$.

Interpolationslemma: Beweis

Seien $P_1, \dots P_n$ alle in A vorkommenden aussagenlogischen Atome, die nicht in B vorkommen.
Für Konstanten $c_i \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}$ bezeichnen wir mit $A[c_1, \dots, c_n]$ die Formeln, die aus A hervorgeht, indem P_i durch c_i ersetzt wird für alle $1 \leq i \leq n$.
Wir setzen

$$C \equiv \bigvee_{(c_1,\dots,c_n)\in\{\mathbf{1},\mathbf{0}\}^n} A[c_1, \dots, c_n]$$

Interpolationslemma: Beweis

Seien $P_1, \dots P_n$ alle in A vorkommenden aussagenlogischen Atome, die nicht in B vorkommen.
Für Konstanten $c_i \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}$ bezeichnen wir mit $A[c_1, \dots, c_n]$ die Formeln, die aus A hervorgeht, indem P_i durch c_i ersetzt wird für alle $1 \leq i \leq n$.
Wir setzen

$$C \equiv \bigvee_{(c_1,\dots,c_n) \in \{\mathbf{1},\mathbf{0}\}^n} A[c_1, \dots, c_n]$$

Offensichtlich kommen in C nur noch aussagenlogische Atome vor, die A und B gemeinsam sind.

Beweis (Forts. 1)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(A) = W$,

Beweis (Forts. 1)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(A) = W$,
dann gilt auch

$$val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$$

für $c_i = I(P_i)$.

Beweis (Forts. 1)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(A) = W$,
dann gilt auch

$$val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$$

für $c_i = I(P_i)$.
Damit gilt auch $val_I(C) = W$.

Beweis (Forts. 1)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(A) = W$,
dann gilt auch

$$val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$$

für $c_i = I(P_i)$.
Damit gilt auch $val_I(C) = W$.
Insgesamt haben wir also schon $\models A \rightarrow C$ gezeigt.

Beweis (Forts. 2)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(C) = W$.

Beweis (Forts. 2)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(C) = W$.
Für (mindestens) eine Wahl von Konstanten $(c_1, \ldots, c_n) \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}^n$ gilt also $val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$.

Beweis (Forts. 2)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(C) = W$.
Für (mindestens) eine Wahl von Konstanten $(c_1, \ldots, c_n) \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}^n$ gilt also $val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$.
Dieselbe Aussage können wir auch anders schreiben: Wir definieren die Belegung J durch

$$J(P) = \begin{cases} W & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{1} \\ F & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{0} \\ I(P) & \text{sonst} \end{cases}$$

Offensichtlich gilt $val_J(A) = W$

Beweis (Forts. 2)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(C) = W$.
Für (mindestens) eine Wahl von Konstanten $(c_1, \ldots, c_n) \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}^n$ gilt also $val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$.
Dieselbe Aussage können wir auch anders schreiben: Wir definieren die Belegung J durch

$$J(P) = \begin{cases} W & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{1} \\ F & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{0} \\ I(P) & \text{sonst} \end{cases}$$

Offensichtlich gilt $val_J(A) = W$
Nach der Voraussetzung gilt also auch $val_J(B) = W$.

Beweis (Forts. 2)

Sei jetzt I eine Interpretation mit $val_I(C) = W$.
Für (mindestens) eine Wahl von Konstanten $(c_1, \ldots, c_n) \in \{\mathbf{1}, \mathbf{0}\}^n$ gilt also $val_I(A[c_1, \ldots, c_n]) = W$.
Dieselbe Aussage können wir auch anders schreiben: Wir definieren die Belegung J durch

$$J(P) = \begin{cases} W & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{1} \\ F & \text{falls } P = P_i \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ mit } c_i = \mathbf{0} \\ I(P) & \text{sonst} \end{cases}$$

Offensichtlich gilt $val_J(A) = W$
Nach der Voraussetzung gilt also auch $val_J(B) = W$.
Da I und J sich nur unterscheiden für die aussagenlogische Atome, die nicht in B vorkommen, gilt auch

$$val_I(B) = W.$$

Revival des Craigschen Interpolationslemmas

Anwendung des Interpolationslemmas in der Modellprüfung (model checking) durch Ken McMillan.

Revival des Craigschen Interpolationslemmas

Anwendung des Interpolationslemmas in der Modellprüfung (model checking) durch Ken McMillan.

siehe
http://www.cs.utah.edu/tphols2004/mcmillan.abstract.html

Revival des Craigschen Interpolationslemmas

Anwendung des Interpolationslemmas in der Modellprüfung (model checking) durch Ken McMillan.

siehe
http://www.cs.utah.edu/tphols2004/mcmillan.abstract.html

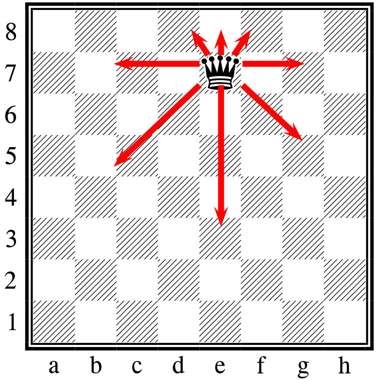
Interpolation and SAT-based Model Checking
K.L. McMillan
Proceedings Computer Aided Verification (CAV03)

Das 8-Damen-Problem

Man plaziere acht Damen so auf einem Schachbrett, daß sie sich gegenseitig nicht bedrohen.

Das 8-Damen-Problem

Man plaziere acht Damen so auf einem Schachbrett, daß sie sich gegenseitig nicht bedrohen.



Eine Lösung des 8-Damen-Problems