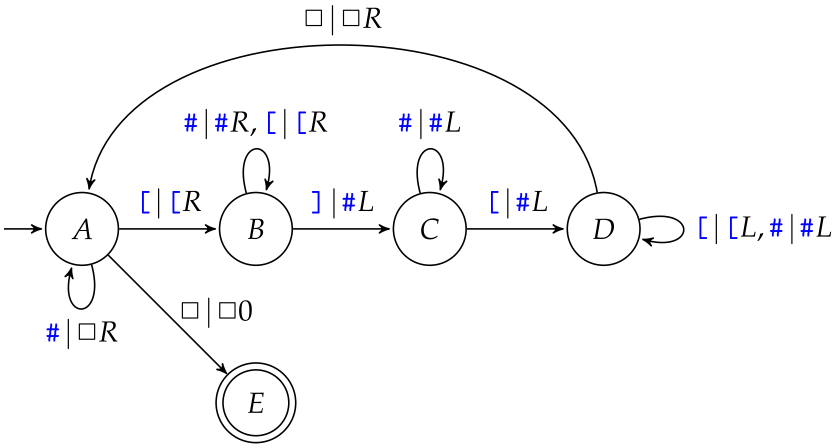
Hinweis. Dieses Aufgabenblatt enthält eine kleine Sammlung an Aufgaben zu den letzten klausurrelevanten Themen der Vorlesung. Die Aufgaben dienen ausschließlich der Vorbereitung für die Klausur. Sie sind keine Bonusaufgaben; Sie können damit *keine* Punkte erwerben, die für den Übungsschein angerechnet werden könnten. Bitte geben Sie keine Lösungen ab. Etwaige Abgaben werden von den Tutoren *nicht* korrigiert.

Die Lösungen zu den folgenden Aufgaben werden wir in einer Woche auf Ilias an der üblichen Stelle veröffentlichen. Sie sollten aber zunächst versuchen, die Aufgaben selbst zu lösen.

Aufgabe 13.1 **(0 + 0 = 0 Punkte)**
(Aus WS 2018/2019)
Betrachten Sie folgende Turing-Maschine T mit Eingabealphabet $\{$`[`,`]`$\}$:



a) Simulieren Sie die ersten 12 Schritte von T für das Eingabewort $w =$ `[][]]`. Erstellen Sie dazu eine Tabelle wie folgt:

Schritt	Konfiguration						
0		A					
	□	[	]	[	]	]	□
1			B				
	□	[	]	[	]	]	□
⋮	⋮						
12	…						
	…						

Entscheiden Sie anschließend, ob $w \in L(T)$ gilt oder nicht, und begründen Sie Ihre Antwort.

b) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A oder eine kontextfreie Grammatik G an, sodass $L(A) = L(T)$ bzw. $L(G) = L(T)$ ist.

Aufgabe 13.2 (0 + 0 + 0 = 0 Punkte)
(aus WS 2010/2011)
Zu einer gegebenen Turingmaschine T sei eine Relation $R_T \subseteq C_T \times C_T$ auf der Menge der Konfigurationen C_T von T wie folgt definiert:

$$R_T = \{(c,d) \in C_T \times C_T \mid \exists t \in \mathbb{N}_0 : \Delta_t(c) = d \vee \Delta_t(d) = c\}$$

a) Ist R_T eine Äquivalenzrelation? Geben Sie für jede der drei Eigenschaften einer Äquivalenzrelation an, ob sie für R_T gelten und begründen Sie Ihre Antwort.
b) Erklären Sie, wie man allgemein zu einer Turingmaschine T eine Turingmaschine T' konstruieren kann, die die folgenden Eigenschaften hat:
   - Sie hält für genau die gleichen Eingaben wie T.
   - Am Ende jeder haltenden Berechnung von T' stehen auf dem Band nur Blanksymbole.
   - Wenn T' hält, tut sie das immer im gleichen Zustand H.
c) Erklären Sie, wie Sie das Halteproblem entscheiden könnten, wenn Sie einen Algorithmus hätten, der Ihnen für jede Turingmaschine T und beliebige Konfigurationen c und d von T in endlicher Zeit sagt, ob das Paar (c,d) in R_T liegt.
   Hinweis: Verwenden Sie Teilaufgabe b).

Aufgabe 13.3 (0 + 0 = 0 Punkte)
(aus WS 2008/2009)
Gegeben seien die Relationen

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid |x-y| \text{ ist Primzahl } \}$$
$$S = \{(x,y) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid x \textbf{ div } 10 = y \textbf{ div } 10\} \ .$$

a) Ist R
   - reflexiv?
   - transitiv?
   - symmetrisch?

   Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
b) Ist S
   - eine Äquivalenzrelation?
   - verträglich mit der Addition?
   - verträglich mit der Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0, n \mapsto 2n$?
   - verträglich mit der Funktion $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0, n \mapsto n \textbf{ div } 2$?

   Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 13.4 (0 = 0 Punkte)
Die Relation $R \subseteq M \times M$ sei eine Halbordnung.
Zeigen Sie, dass auch die Relation

$$\hat{R} = \{(y,x) \in M \times M \mid (x,y) \in R\}$$

eine Halbordnung ist.