Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 4

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 10. November 2010

Abgabe: 19. November 2010, 12:30 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 4:	/ 18
Blätter 1 – 4:	/ 78

Aufgabe 4.1 (2+2+2 Punkte)
Geben Sie für folgende aussagenlogische Formeln jeweils einen arithmetischen Ausdruck an, so dass das Ergebnis den Wahrheitswerten der aussagenlogischen Formel entspricht. Verwenden Sie für den Ausdruck nur die Operatoren +, - und $\cdot$ sowie konstante Zahlen. 0 bzw. 1 repräsentiert dabei den Wahrheitswert *falsch* bzw. *wahr*.

a) $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$

b) $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$

c) $\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$
Hinweis: „$\Leftrightarrow$“ ist genau dann wahr, wenn die Wahrheitswerte von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ identisch sind.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)
Gegeben sei folgendes Programmstück:

$X_0 \leftarrow 2$
$Y_0 \leftarrow 5$
for $\mathtt{i} \leftarrow 0$ **to** n **do**
  $j \leftarrow \mathtt{i}$
  $Y_{j+1} \leftarrow 5Y_j - 6X_j$
  $X_{j+1} \leftarrow Y_j$
od

Beweisen oder widerlegen Sie die Korrektheit der folgenden Aussage:
$Y_j = 2^{j+1} + 3^{j+1} \wedge X_j = 2^j + 3^j$ ist Schleifeninvariante.

Aufgabe 4.3 (1+4 Punkte)
Ein Behälter enthält insgesamt a schwarze und b weiße Kugeln. Außerdem gibt es einen beliebig großen Vorrat weiterer Kugeln außerhalb des Behälters.
Es wird so lange wie möglich immer wieder der folgende Schritt wiederholt: Zunächst werden zufällig zwei Kugeln aus dem Behälter herausgenommen. Haben diese die gleiche Farbe, werden sie zur Seite gelegt und eine schwarze Kugel (aus dem Vorrat) in den Behälter gegeben. Sind die gezogenen Kugeln verschiedenfarbig, dann wird die weiße Kugel wieder in den Behälter gegeben und die schwarze Kugel zur Seite gelegt.

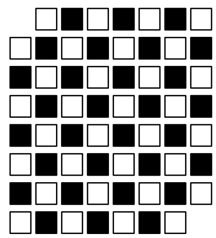
a) Wie oft lässt sich ein solcher Schritt wiederholen, bis es nicht mehr weitergeht?

b) Was können Sie über das Endergebnis sagen? Formulieren Sie eine Invariante, und zeigen Sie, wie daraus Ihre Behauptung folgt. Beweisen Sie außerdem, dass es sich um eine Invariante handelt.

Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle a, b gerade oder ungerade.

Aufgabe 4.4 (3 Punkte)

Ein Schachbrett besteht aus 8×8 schwarz oder weiß gefärbten Feldern, wobei zwei benachbarte Felder immer unterschiedliche Farbe besitzen. Die beiden äußeren sich diagonal gegenüberliegenden Felder werden aus dem Schachbrett herausgebrochen, so dass ein Brett wie in der gezeigten Abbildung entsteht.



Desweiteren sind beliebig viele Spielsteine vorhanden, wobei ein Spielstein die Länge von 2 Feldern und die Breite eines Feldes besitzt. Der folgende Prozess wird so lange wie möglich wiederholt: Lege ein Spielstein horizontal oder vertikal auf 2 benachbarte Felder des Schachbrettes. Der Spielstein darf nicht diagonal gelegt werden und keinen anderen Spielstein überdecken.
Ist es möglich das komplette Brett mit Spielsteinen zu bedecken? Begründen Sie Ihre Antwort und formulieren Sie eine Invariante, die nach dem Legen jedes Spielsteines gilt und aus der sich das Ergebnis nachweisen lässt.