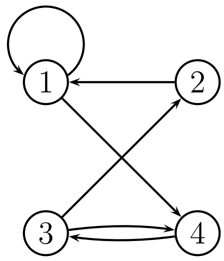
Musterlösung zum Übungsblatt 8 der Vorlesung “ Grundbegriffe der Informatik”

Aufgabe 8.1



a)

b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.2

a) Angenommen, die k-te Spalte der Adjazenzmatrix enthält nur Nullen. Dies bedeutet nach Definition der Adjazenzmatrix, dass es keinen Knoten $i \in V$ gibt, für den $(i, k) \in E$ gilt.

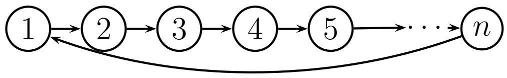
Da G nach Voraussetzung streng zusammenhängend ist, muss es von einem Knoten $j \neq k$ einen Pfad nach k geben. Dies bedeutet aber, dass es eine Kante vom vorletzten Knoten dieses Pfades nach k geben muss.

Dies ist ein Widerspruch, und somit muss die k-te Spalte mindestens eine 1 enthalten.

Angenommen, die k-te Zeile der Adjazenzmatrix enthält nur Nullen. Dies bedeutet nach Definition der Adjazenzmatrix, dass es keinen Knoten $i \in V$ gibt, für den $(k, i) \in E$ gilt.

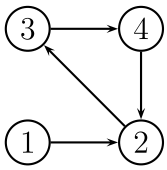
Da G nach Voraussetzung streng zusammenhängend ist, muss es von k einen Pfad zu einem Knoten $j \neq k$ geben. Dies bedeutet aber, dass es eine Kante von k zum zweiten Knoten dieses Pfades geben muss.

Dies ist ein Widerspruch, und somit muss die k-te Zeile mindestens eine 1 enthalten.

b) 

Aufgabe 8.3

M_1 kann keine Wegematrix sein: Da M_1 an der Stelle $(4, 1)$ eine 1 enthält, müsste es einen Weg von Knoten 4 zu Knoten 1 geben. Da Da M_1 an der Stelle $(1, 2)$ eine 1 enthält, müsste es einen Weg von Knoten 1 zu Knoten 2 geben. Dann müsste es auch einen Weg von Knoten 4 zu Knoten 2 geben, was jedoch ausgeschlossen ist, da M_1 an der Stelle $(4, 2)$ eine 0 enthält.
M_2 kann keine Wegematrix sein, da in einer Wegematrix jeder Eintrag auf der Hauptsiagonalen 1 sein muss. M_2 enthält jedoch an der Stelle $(3, 3)$ eine 0.
M_3 kann eine Wegematrix sein:



M_4 kann eine Wegematrix sein: