Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 2

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
Ausgabe:	29. Oktober 2008
Abgabe:	7. November 2008, 13:00 Uhr im Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen linken Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 2:	/ 18
Blätter 1 – 2:	/ 35

Aufgabe 2.1 (1+3+1+1+2+1 Punkte)
Es sei A ein Alphabet. Die Abbildung $R : A^* \to A^*$ sei wie folgt definiert:

$$R(\varepsilon) = \varepsilon$$
$$\forall w \in A^* \; \forall x \in A : \; R(xw) = R(w)x$$

a) Berechnen Sie $R(\mathtt{abbab})$.
b) Beweisen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall w \in A^n : \; |R(w)| = |w|$.
c) Geben Sie ein Wort w der Länge 7 an, für das gilt: $R(w) = w$.
d) Wieviele Wörter w der Länge 7 gibt es, für die $R(w) = w$ gilt?
e) Wieviele Wörter w der Länge n gibt es (für ein beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$), für die $R(w) = w$ gilt? (ohne Beweis)
f) Geben Sie eine umgangssprachliche Beschreibung dessen, was die Abbildung R macht.

Aufgabe 2.2 (1+3+1 Punkte)
Eine Folge $x_0, x_1, \ldots$ nichtnegativer ganzer Zahlen sei wie folgt definiert:

$$x_0 = 2$$
$$x_1 = 5$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : \; x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$$

a) Berechnen Sie x_5 durch mehrfaches Anwenden der Rekursionsformel. Geben Sie bitte alle Zwischenschritte an.
b) Beweisen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}_0 : \; x_n = 2^n + 3^n$.
c) Geben Sie (ohne Nachweis der Korrektheit) eine geschlossene Formel für die Folge von Zahlen an, die man erhält, wenn man als Startwerte $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$ und die gleiche Rekursionsformel verwendet.

Aufgabe 2.3 (1+1+2 Punkte)
Es sei $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$. Eine Folge $L_0, L_1, \ldots$ von Mengen von Wörtern aus A^* sei wie folgt definiert:

$$L_0 = \{\varepsilon\}$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : \; L_{n+1} = L_n \cup \{\mathtt{a}w\mathtt{b} \mid w \in L_n\}$$

a) Berechnen Sie L_1.
b) Geben Sie explizit an, welche Wörter in L_2, L_3 und L_4 jeweils sind.
c) Geben Sie (ohne Nachweis der Korrektheit) für beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$ eine explizite Formel für L_n an, in der nicht irgendwelche L_i vorkommen.