

## Formale Systeme, WS 2009/2010

### Übungsblatt 4

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 27.11.2009 besprochen.

#### Aufgabe 1

Gegeben sei die Formel

$$F = ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow ((\neg B \wedge \neg A) \vee C)$$

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe des Sequenzenkalküls, daß  $F$  allgemeingültig ist.
- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Davis-Putnam-Verfahrens, daß  $F$  allgemeingültig ist.

#### Aufgabe 2

(a) Formalisieren Sie Folgendes in Aussagenlogik:

(1) Ein Patient ist hysterisch oder großwahn-sinnig oder beides. (2) Wenn er großwahn-sinnig ist, jedoch keinen Minderwertigkeitskomplex hat, dann hat er Zwangsvorstellungen. (3) Mit Sicherheit hat er nicht sowohl Zwangsvorstellungen als auch Depressionen. (4) Hat er einen Minderwertigkeitskomplex, so hat er keine Depressionen. (5) Faktum: Depression und Hysterie schließen sich gegenseitig aus. (6) Falls der Patient Zwangsvorstellungen hat, ist er zwar nicht großwahn-sinnig, wohl aber hat er einen Minderwertigkeitskomplex. (7) Falls er keine Zwangsvorstellungen hat, so hat er wenigstens Depressionen.

- (b) Geben Sie eine zu Ihrer Formalisierung äquivalente Formel in konjunktiver Normalform an.
- (c) Zeigen Sie mit Hilfe des Davis-Putnam-Verfahrens, daß der Patient Minderwertigkeitskomplexe und Zwangsvorstellungen hat und zudem hysterisch ist.

#### Aufgabe 3

Handelt es sich bei den folgenden Zeichenketten um Terme oder Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe? Welche Vorkommen welcher Variablen sind frei, welche gebunden?

- (a)  $j(f(x), g(x), h(z), k)$
- (b)  $\forall y \exists p p(y)$
- (c)  $\forall x \forall z (g(f(z), f(y)) \rightarrow z)$
- (d)  $\forall x \exists y (p(f(x)) \rightarrow q(y, z))$

Die Signatur enthalte dabei folgende Symbole:  $F_{\Sigma} = \{f, g, h, i, j, k\}$ ,  $P_{\Sigma} = \{p, q, r\}$ . Die Stelligkeiten der Symbole können Sie als korrekt verwendet annehmen. Außerdem sei  $Var = \{x, y, z\}$ .

#### Aufgabe 4

Tante Agathe wurde in ihrem Haus tot aufgefunden. Nach bisherigen Ermittlungen gilt Folgendes als sicher:

1. Im Haus lebten nur Agathe, ihr Butler und Onkel Charles.
2. Agathe wurde von einem Hausbewohner getötet.
3. Wer jemanden tötet, hasst sein Opfer.
4. Charles hasst niemanden, den Agathe hasste.
5. Der Täter ist niemals reicher als das Opfer.
6. Der Butler hasst alle, die nicht reicher als Agathe sind, sowie alle, die Agathe hasste.
7. Kein Bewohner des Hauses hasst(e) alle Hausbewohner.

Gegeben ist ferner die prädikatenlogische Signatur  $\Sigma_{Agathe} = (F, P, \alpha)$  mit

- $P = \{\text{kills, hates, richer}\}$
- $F = \{a, b, c\}$
- $\alpha(a) = \alpha(b) = \alpha(c) = 0, \quad \alpha(\text{kills}) = \alpha(\text{hates}) = \alpha(\text{richer}) = 2$

Formalisieren Sie die Aussagen 1–7 in Prädikatenlogik mit dem Vokabular aus  $\Sigma_{Agathe}$ .

*Bemerkung: Dieses Problem ist ein Standardproblem zur Evaluierung von automatischen Beweisern. Auf einem späteren Übungsblatt werden wir den Täter auch formal überführen können.*