

Formale Systeme, WS 2009/2010

Übungsblatt 1

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 30.10.2008 besprochen.

Aufgabe 1

Eine Abwandlung des sogenannten *8-Damen-Problems* (siehe Skriptum) ist das *9-Damen-Problem*: Es geht darum, neun Damen so auf einem üblichen Schachbrett zu plazieren, daß sie sich gegenseitig nicht bedrohen. Bei 9 Damen ist dies jedoch nur möglich, wenn sich zusätzlich ein Bauer auf dem Brett befindet. Steht der Bauer auf gerader Linie zwischen zwei Damen, so bedrohen sich diese nicht. Eine mögliche Lösung des Problems zeigt Abb. 1.

Formalisieren Sie das 9-Damen-Problem als ein Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik. Orientieren Sie sich dabei an der Lösung für das 8-Damen-Problem aus dem Skriptum.

Aufgabe 2

Überprüfen Sie, ob folgende Formeln Tautologien sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

$$(a) \quad A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \qquad (b) \quad (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow B$$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Formel

$$A = (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) .$$

Zeigen Sie, dass die Normalformen

$$A' = (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$A'' = (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (Q \wedge R)$$

äquivalent zu A sind.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Formel

$$F = (A \rightarrow (\neg B \vee C)) \wedge D$$

und die Ordnung $A < B < C < D$ auf den aussagenlogischen Variablen.

- Erstellen Sie einen reduzierten Shannongraphen (BDD) für F .
- Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu F .

Aufgabe 5

Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu der *sh*-Formel

$$sh(P_3, P_2, P_1)$$

und die Ordnung $P_1 < P_2 < P_3$ auf den aussagenlogischen Variablen respektiert.

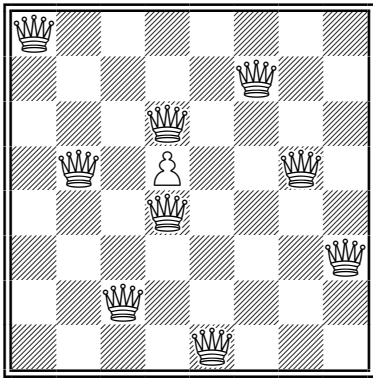


Abbildung 1: Eine Lösung des 9-Damen-Problems (Aufgabe 1)

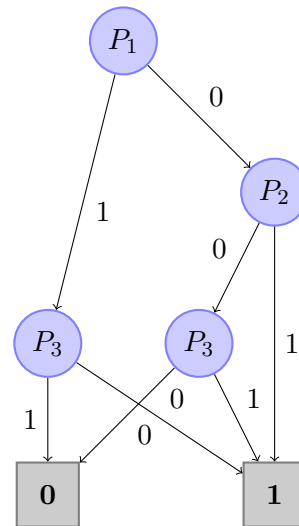


Abbildung 2: Shannon-Graph zu Aufgabe 6

Aufgabe 6

Geben Sie zu dem in Abbildung 2 dargestellten Shannongraphen je eine äquivalente aussagenlogische Formel in

- (a) disjunktiver Normalform und
- (b) konjunktiver Normalform an.

Aufgabe 7

Gegeben sei für $n \in \mathbb{N}$ die **Paritätsfunktion**¹ $f_n : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ durch

$$f_n(P_1, P_2, \dots, P_n) = \begin{cases} 1 & \text{falls die Summe } P_1 + \dots + P_n \text{ ungerade ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie einen reduzierten Shannongraphen für die Funktion f_4 an.

¹Streng genommen müsste diese Funktion auf der Menge $\{F, W\}$ operieren, aber die Formulierbarkeit als Summe legt diese etwas andere Schreibweise nahe.