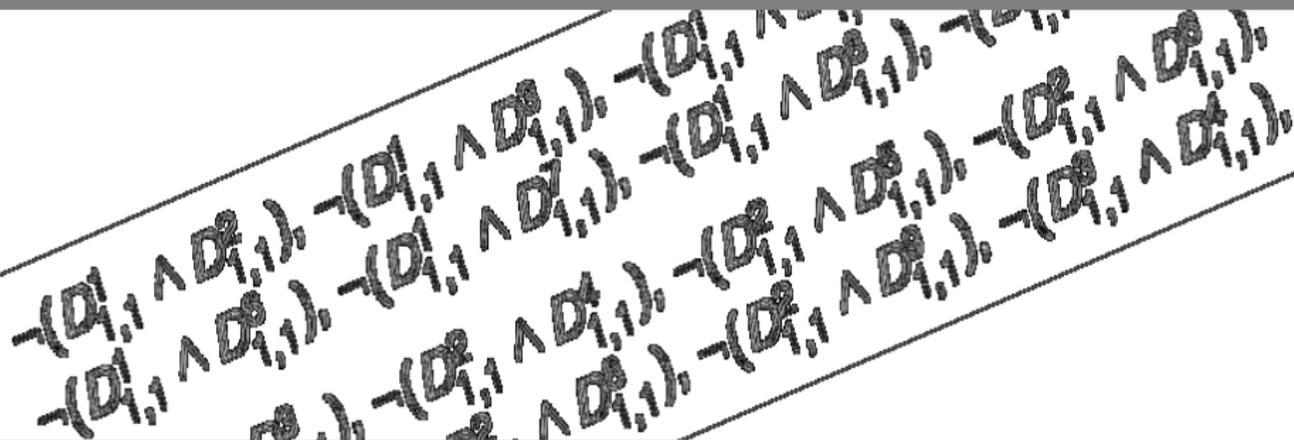


Formale Systeme

Termersetzungssysteme

Prof. Dr. Bernhard Beckert | WS 2009/2010

KIT – INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK



Definition

Termersetzungssysteme sind spezielle Reduktionssysteme. Ist E eine endliche Menge von Gleichungen über der Signatur Σ , dann nennen wir das Reduktionssystem

$$(\text{Term}_{\Sigma}, \rightarrow_E^1)$$

ein *Termersetzungssystem*.

Da dieses durch Σ und E eindeutig bestimmt ist, sprechen wir kürzer vom *Termersetzungssystem* (Σ, E) .

Kanonisches Termersetzungssysteme

Theorem

(Σ, E) sei ein kanonisches Termersetzungssystem.

- 1 Zu jedem Term t gibt es genau einen irreduziblen Term $\text{irr}(t)$ mit $t \rightarrow_E \text{irr}(t)$.
- 2 Für beliebige Terme s, t gilt:

$$E \models s \doteq t \Leftrightarrow \text{irr}(s) = \text{irr}(t).$$

- 3 Die Gültigkeit einer Gleichung in der Theorie von E ist entscheidbar.

Spezialfall des Satzes über kanonische Reduktionssysteme.

Ein einfaches kanonisches Termersetzungssystem

E_{GBT} :

$$0 \wedge x = 0 \quad 1 \wedge x = x$$

$$x \wedge 0 = 0 \quad x \wedge 1 = x$$

$$0 \vee x = x \quad 1 \vee x = 1$$

$$x \vee 0 = x \quad x \vee 1 = 1$$

Für jeden variablenfreien Booleschen Term t gilt

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 0$$

oder

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 1.$$

Ein kanonisches Termersetzungssystem

E_{Group} :

$$0 + x \rightarrow x$$

$$x + 0 \rightarrow x$$

$$i(x) + x \rightarrow 0$$

$$x + i(x) \rightarrow 0$$

$$i(0) \rightarrow 0$$

$$(x + y) + z \rightarrow x + (y + z)$$

$$i(x) + (x + y) \rightarrow y$$

$$x + (i(x) + y) \rightarrow y$$

$$i(x + y) \rightarrow i(y) + i(x)$$

$$i(i(x)) \rightarrow x$$