

Formale Systeme, WS 2008/2009

Übungsblatt 1

Dieses Übungsblattes wird in der Übung am 31.10.2008 besprochen.

Aufgabe 1

Überprüfen Sie, ob folgende Formeln Tautologien sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$ (b) $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
(c) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ (d) $(A \wedge \neg A \rightarrow B) \wedge C$

Aufgabe 2

Gegeben sei die Formel

$$A = (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) .$$

Zeigen Sie, dass die Normalformen

$$\begin{aligned} A' &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \\ A'' &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (Q \wedge R) \end{aligned}$$

äquivalent zu A sind.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Formel

$$F = (A \wedge (B \vee \neg C)) \rightarrow D$$

und die Ordnung $A < B < C < D$ auf den aussagenlogischen Variablen.

- (a) Erstellen Sie einen reduzierten Shannongraphen (BDD) für F .
(b) Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu F .

Aufgabe 4

Geben Sie eine normierte *sh*-Formel an, die äquivalent ist zu der *sh*-Formel

$$sh(P_3, P_2, P_1)$$

und die Ordnung $P_1 < P_2 < P_3$ auf den aussagenlogischen Variablen respektiert.

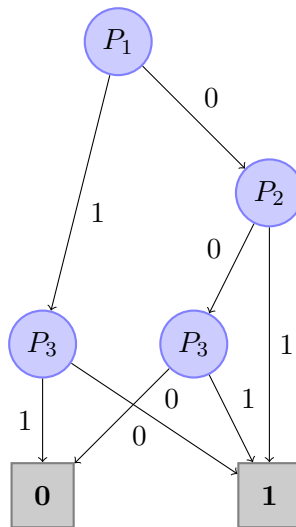


Abbildung 1: Shannon-Graph zu Aufgabe 5

Aufgabe 5

Geben Sie zu dem in Abbildung 1 dargestellten Shannongraphen je eine äquivalente aussagenlogische Formel in

- (a) disjunktiver Normalform und
- (b) konjunktiver Normalform an.

Aufgabe 6

Gegeben sei für $n \in \mathbb{N}$ die **Paritätsfunktion**¹ $f_n : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ durch

$$f_n(P_1, P_2, \dots, P_n) = \begin{cases} 1 & \text{falls die Summe } P_1 + \dots + P_n \text{ ungerade ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie einen reduzierten Shannongraphen für die Funktion f_4 an.

¹Streng genommen müsste diese Funktion auf der Menge $\{F, W\}$ operieren, aber die Formulierbarkeit als Summe legt diese etwas andere Schreibweise nahe.