Universität Koblenz-Landau
Institut für Informatik
Dr. Bernhard Beckert
Marc Seidel

WS '03/'04

Vorlesung

Einführung in die KI / KI für Informationsmanager

`www.uni-koblenz.de/~beckert/Einfuehrung-KI`

Aufgabenblatt 6

Dieses Aufgabenblatt wird in der Übung am **07.01.04** besprochen.

Aufgabe 1 (3+3+3 Punkte)

Gegeben sei ein Puzzle, das aus fünf in einer Reihe angeordneten Feldern besteht, von denen anfangs die ersten zwei mit schwarzen Plättchen belegt sind, die nächsten zwei mit weißen Plättchen und das letzte Feld leer ist:

S	S	W	W	

Nun können entweder ein oder mehrere Plättchen in ein benachbartes leeres Feld geschoben werden (Kosten = 1), oder ein Plättchen kann über höchstens zwei Felder in ein leeres Feld springen (Kosten: Anzahl der übersprungenen Felder). Ziel des Puzzles ist es, die schwarzen Plättchen rechts von den weissen Plättchen liegen zu haben (die Position des leeren Feldes spielt dabei keine Rolle).

(1) Das Puzzle soll mit Hilfe des A*-Algorithmus gelöst werden. Gegeben sei die heuristische Funktion h_1, die die Zustände folgendermaßen bewertet: Ein schwarzes Plättchen auf dem ersten Feld von links wird mit 1 bewertet, ein schwarzes Plättchen auf dem zweiten Feld mit 0,5 (so hat z. B. die Anfangskonfiguration die Bewertung 1,5). Zeigen Sie, dass für diese heuristische Bewertungsfunktion gilt: $h_1 \leq h^*$, wobei die Funktion h^* die "echten" Kosten eines minimalen Pfades wiedergibt.

Lösung:

Um zu zeigen, dass für alle hier relevanten Zustände N gilt: $h_1(N) \leq h^*$(N), führt man eine Fallunterscheidung bzgl. der Fälle durch, die die ersten beiden Plätze wahlweise annehmen können. Nur für diese Fälle ist $h_1 > 0$. D. h. die Belegung der Plätze drei bis fünf sind für die Betrachtung unwesentlich und im folgenden leer. Dabei bezeichnet X einen weißen Steil oder eine Leerstelle.

1) | X | X | | | | Für einen solchen Zustand N ist $h_1(N) = 0$. Aufgrund der Tatsache, dass sowohl h_1 als auch h* immer positiv sind, folgt für diesen Fall $h_1(N) \leq h^*$(N).

2) | S | S | | | | Hier ist $h_1(N) = 1.5$ und es gilt $h_1(N) \leq h^*$(N), da noch zwei weisse Steine über zwei schwarze Steine bewegt werden müssen.

3) | X | S | | | | Hier ist $h_1(N) = 0.5$, jedoch h^*(N) ≥ 1, da noch mindestens ein schwarzer über einen weissen Stein bewegt werden muss.

4) $\boxed{\text{S}}\boxed{\text{X}}\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }$ Hier ergibt $h_1(N) \leq 1.5$ und $h^*(\text{N}) \geq 2$, da im günstigsten Fall der linke schwarze Stein noch über beide weisse Steine bewegt werden muss.

(2) Definieren Sie eine Funktion h_2, für die gilt: $h_1 \leq h_2$, die also besser informiert ist als h_1. Natürlich soll auch gelten, dass $h_2 \leq h^*$.

Lösung:

Eine naheliegende Möglichkeit für h_2 summiert (über alle schwarzen Steine) die Anzahl der jeweiligen rechtsseitigen weissen Steine:

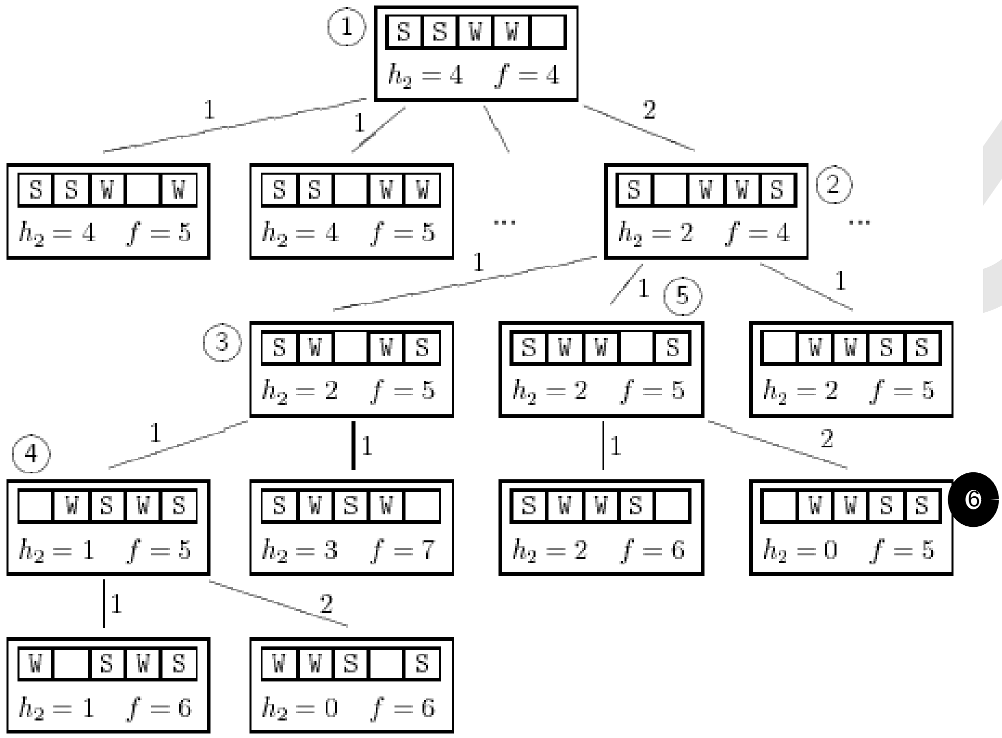
$$h_2 = \sum_{\text{s schwarzer Stein}} |\{\text{w}|\text{w weisser Stein rechts von s}\}| \tag{1}$$

Hieraus ergibt sich z.B. $h_2(\boxed{\text{S}}\boxed{\text{W}}\boxed{\text{S}}\boxed{\text{W}}\boxed{\ }) = 3$ Für diese Funktion gilt: $h_1 \leq h_2$ (zu zeigen durch Fallunterscheidung wie oben). Ausserdem gilt: $h_2 \leq h^*$: In dem Zustand komme eine Sequenz der Art SXXXW vor. Um die Steine korrekt zu permutieren, entstehen Kosten, die von h_2 optimistisch abgeschätzt werden (dies zeigt man durch Fallunterscheidung über den Aufbau der Teilsequenz XXX).

(3) Lösen Sie das obige Puzzle mit Hilfe des A*-Algorithmus (von Hand) unter der Verwendung Ihrer Heuristik h_2 aus Teilaufgabe b.

Lösung:

Ein bei der Suche entstehender Baum ist im folgenden dargestellt (zum Teil) dargewtellt. Die Kantenbeschriftung entspricht den Kosten, die bei Anwendung des entsprechenden Operators entstehen. In den Knoten sind die geschätzten Kosten der verwendeten Heuristik h_2 und deren Addition f mit den bisher angefallenen aufgetragen. Knoten werden entsprechend der in den Kreisen angegebenen Reihenfolge expandiert. So wird z.B. nach der Expansion des Wurzelknotens der Knoten 2 expandiert, da dieser die niedrigsten Wert für f (nämlich $f = 2$) besitzt. Haben mehrere Knoten identische (niedrigste) Kosten, so wird irgendeiner dieser Knoten expandiert (wie z.B. Knoten 3 nach der Expansion von Knoten 2). Es ist zu beachten, dass der nach der Expansion des vierten Knoten entstehende Zustand $\boxed{\text{W}}\boxed{\text{W}}\boxed{\text{S}}\boxed{\ }\boxed{\text{S}}$ zwar ein möglicher Zielzustand ist, aber eine schlechtere Bewertung hat als andere, noch offene Knoten im Baum. Daher wird der fünfte Knoten expandiert, mit dem der optimalen Zustand $\boxed{\ }\boxed{\text{W}}\boxed{\text{W}}\boxed{\text{S}}\boxed{\text{S}}$ erreicht wird.



Aufgabe 2 (2+3+1)

Gegeben ist das folgende Spiel:

Zwei Spieler (Max und Min) sitzen vor einem Spiel mit ungerader Anzahl an Elementen n, z.B. Münzen. Der erste Spieler (Min) zerlegt den Stapel in zwei unterschiedlich große Stapel. Danach zerlegen die Spieler jeweils abwechselnd einen der Stapel (wieder in zwei unterschiedlich große Stapel - ein Stapel mit zwei Elementen kann also nicht in zwei Stapel zu je einem Element zerlegt werden!). Das Spielende ist erreicht, wenn alle Stapel entweder aus einem oder zwei Elementen bestehen, d.h. wenn keiner der vorhandenen Stapel mehr in zwei unterschiedlich große Stapel zerlegt werden kann. Der Spieler, der dann am Zug ist, hat verloren (also hat jener, der die letzte Teilung vornimmt, gewonnen).

Lösen Sie folgenden Aufgaben:

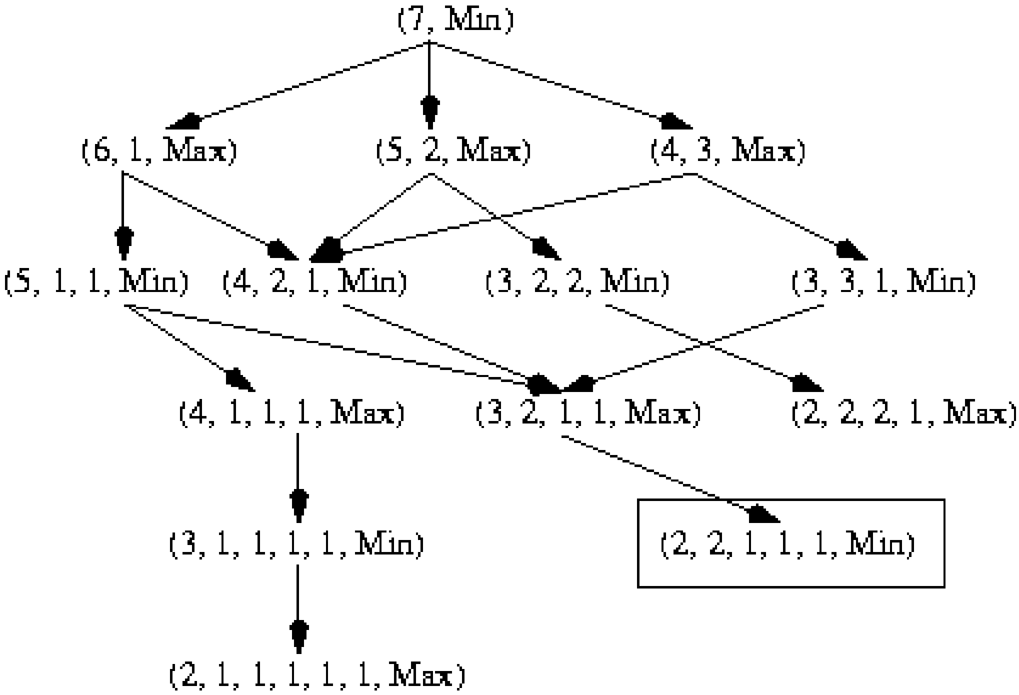
(a) Überlegen Sie, welche Informationen in den Knoten des Suchgraphen enthalten sein müssen.

Lösung:

Die Repräsentation des Zielzustandes muß die vorhandenen Stapel (sprich: eine Liste mit der Anzahl der Münzen in den existierenden Stapeln) und die Angabe, welcher Spieler am Zug ist, enthalten.

(b) Zeichnen Sie den **Spielgraphen** für n = 7.

Lösung:



(c) Beurteilen Sie die Gewinnaussichten der beiden Spieler.

Lösung:

Wenn Spieler Min anfängt verliert er.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Ein Ratgeber für Studenten empfiehlt folgende Regeln:

1) Wenn man die Übungen morgens nicht verschläft, dann mittags in die Vorlesung gehen.

2) Wenn man mittags in die Vorlesung geht oder ein Hauptseminar besucht, dann abends auf die Party verzichten.

3) Verschläft man morgens die Übungen immer abends auf die Party gehen (und umgekehrt).

4) Mindestens zwei der obigen Ereignisse (Übungen verschlafen, VL gehen, HS besuchen oder Party) pro Tag durchführen.

5) Wenn man morgens die Übungen verschläft, dann sollte man mittags das Hauptseminar besuchen.

Formulieren Sie obige Regeln in Aussagenlogik. Verwenden Sie dazu folgende aussagenlogische Atome: U = "morgens Übungen verschlafen", V = "mittags in die Vorlesung", H = "mittags in das Hauptseminar" und P = "abends auf die Party".

Lösung:

(a) $\neg U \Rightarrow V$

(b) $(V \vee H) \Rightarrow \neg P$

(c) $U \Leftrightarrow P$

(d) $(U \wedge V) \vee (U \wedge H) \vee (U \wedge P) \vee (V \wedge H) \vee (V \wedge P) \vee (H \wedge P)$

(e) $U \Rightarrow H$