UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)
Institut für Logik, Komplexität und Deduktionssysteme
Prof. Dr. P. H. Schmitt
Dr. B. Beckert

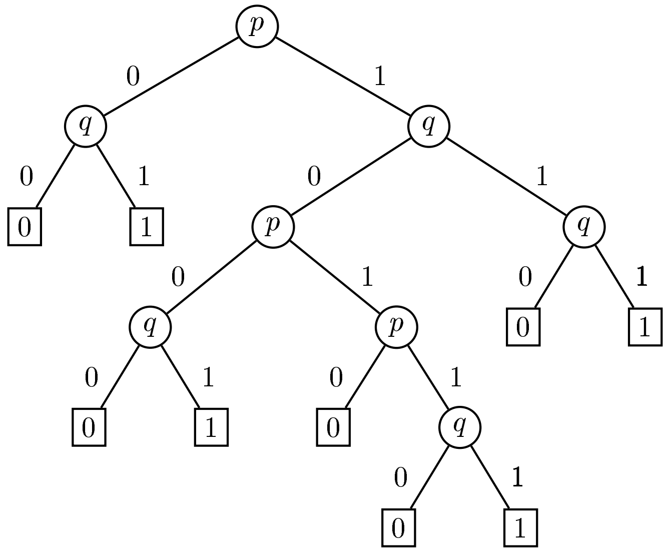
Formale Systeme, WS 2000/2001

Übungsblatt 6 (Weihnachtsübungsblatt)

Diese Aufgaben werden nicht in der Übung besprochen.

Aufgabe 1

Geben Sie einen reduzierten Shannon-Graphen für dieselbe aussagenlogische Formel an, die der folgende (nicht geordnete und nicht reduzierte) Graph beschreibt.



Aufgabe 2

Zeigen Sie mit Hilfe des Tableaukalküls, daß folgende Formel F allgemeingültig ist:

$$(\forall x \forall y (p(x,y) \to q(x,y)) \ \wedge \ \forall x \forall y (r(x,y) \to s(x,y))) \ \to$$
$$\forall x \forall y (\exists z (p(x,z) \wedge r(z,y)) \ \to \ \exists u (q(x,u) \wedge s(u,y)))$$

— **bitte wenden** —

Aufgabe 3

(a) Transformieren Sie das Negat der Formel F aus Aufgabe 2 in Skolem-Normalform (mit Matrix in konjunktiver Normalform).

Hinweis: Transformieren Sie die konjunktiv verknüpften Teilformeln der Negations-Normalform getrennt in Skolem-Normalform.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls, daß F allgemeingültig ist.

Aufgabe 4

Die Tiefe $\mathit{tiefe}(t)$ eines Termes t ist als die maximale Schachtelungstiefe von Funktionssymbolen in t definiert. Formaler:

$$\mathit{tiefe}(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t \text{ eine Variable oder Konstante ist} \\ 1 + \max\{\mathit{tiefe}(s_i) \mid 1 \leq i \leq k\} & \text{falls } t = f(s_1, \ldots, s_k) \end{cases}$$

Zeigen Sie: Es ist unentscheidbar, ob eine beliebige prädikatenlogische Formel erfüllbar ist, die keine Terme mit einer Tiefe von mehr als eins enthält (das Gleichheitsprädikat darf vorkommen).

Aufgabe 5

Die Signatur Σ enthalte die einstelligen Funktionssymbole v (für „Vater von“) und m (für „Mutter von“); Σ enthalte keine weiteren Funktionssymbole und keine Prädikatensymbole.

Zeigen Sie mit Hilfe des Kompaktheitssatzes, daß es keine prädikatenlogische Formel ϕ über Σ gibt, die folgende Aussage formalisiert:

Es gibt niemanden, der sein eigener Vorfahr ist.