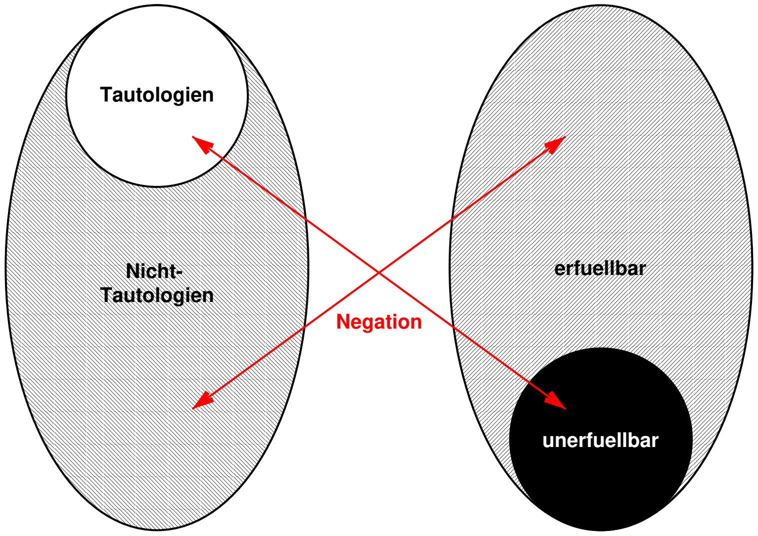
Vorüberlegung zu Aufgabe 1



Aufgabe 1 (a)

Gegeben:
beliebige Formel A

Polynomiell berechenbar:
$A' \quad = \quad$ kurze KNF von A (erfüllbarkeitsäquivalent zu A)

Polynomiell berechenbar:
$A'' \quad = \quad$ Äquivalenzumformung von $\neg A'$ in DNF (äquivalent zu $\neg A'$)

Polynomiell entscheidbar:
Erfüllbarkeit von A'' und damit von $\neg A'$

Aber:

Erfüllbarkeit von A' (und A) kann damit nicht entschieden werden,
denn **falsch** ist folgendes Argument:

Das Negat $\neg A'$ von A' ist genau dann erfüllbar, wenn A' unerfüllbar ist.

Aufgabe 1 (b)

Beispiel:

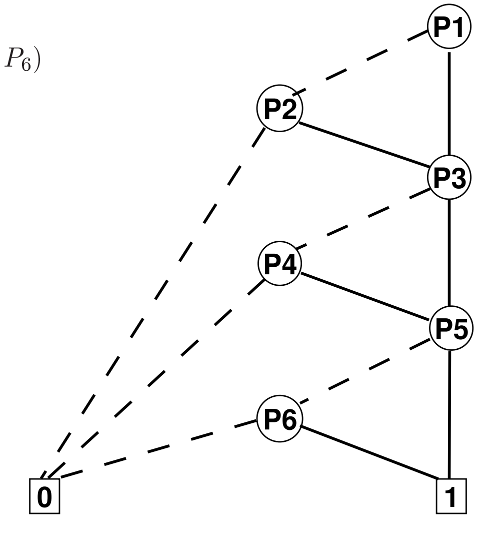
$A' = P$

Sowohl P als auch $\neg P$ sind erfüllbar.

Aufgabe 2 (a)

$F \quad = \quad (P_1 \vee P_2) \wedge (P_3 \vee P_4) \wedge (P_5 \vee P_6)$

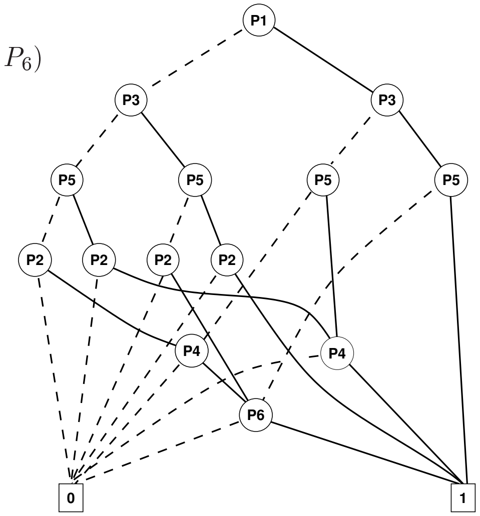
$P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < P_6 < P_6$



Aufgabe 2 (b)

$$F \quad = \quad (P_1 \lor P_2) \land (P_3 \lor P_4) \land (P_5 \lor P_6)$$

$$P_1 < P_3 < P_5 < P_2 < P_4 < P_6$$



Aufgabe 3

Zu zeigen:

$$\vdash ((\neg A \to B) \to C) \to ((\neg B \to A) \to C)$$

Zu verwenden:

$$\vdash (C \to D) \to (\neg D \to \neg C) \qquad (1)$$

$$\vdash \neg\neg B \to B \qquad (2)$$

$$\vdash (C \to D) \to ((D \to E) \to (C \to E)) \qquad (3)$$

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

Als Instanz von (1) (mit $\neg B$ für C und A für D):

$$\vdash (\neg B \to A) \to (\neg A \to \neg\neg B) \qquad (4)$$

Zweimalige Anwendung des Deduktionstheorems auf (4) ergibt:

$$\neg B \to A,\ \neg A \vdash \neg\neg B \qquad (5)$$

Als Instanz von (2) (mit B für C):

$$\vdash \neg\neg B \to B \qquad (6)$$

Mit Modus Ponens aus (5) und (6):

$$\neg B \to A,\ \neg A \vdash\to B \qquad (7)$$

Zweimalige Anwendung des Deduktionstheorems auf (7) ergibt:

$$\vdash (\neg B \to A) \to (\neg A \to B)$$

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

$$\vdash (\neg B \to A) \to (\neg A \to B) \qquad (8)$$

Als Instanz von (3) (mit $(\neg B \to A)$ für C, $(\neg A \to B)$ für D und C für E):

$$\vdash ((\neg B \to A) \to (\neg A \to B)) \quad \to \quad (((\neg A \to B) \to C) \to ((\neg B \to A) \to C)) \qquad (9)$$

Mit Modus Ponens aus (8) und (9):

$$\vdash ((\neg A \to B) \to C) \to ((\neg B \to A) \to C)$$

Aufgabe 4

Krom-Formeln: jede Klausel hat maximal zwei Literale

$$\frac{C \vee D \qquad \neg C \vee E}{D \vee E}$$

Krom-Eigenschaft **invariant** unter Resolution.

Also:

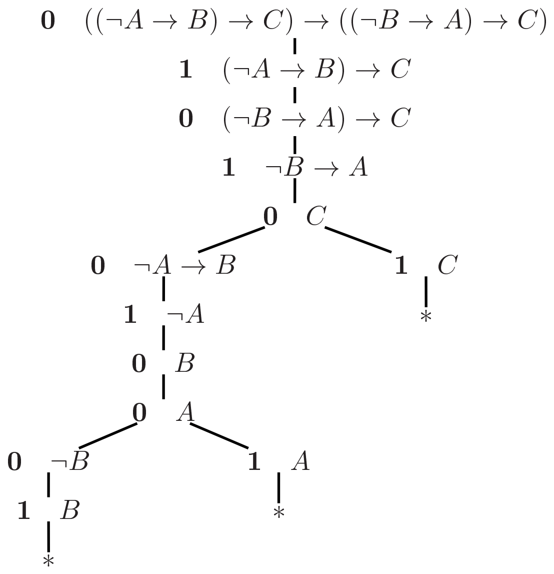
Höchstens n^2 viele verschiedene Klauseln ableitbar
(n Zahl der Literale in ursprünglicher Formel)

Nach $O(n^2)$ vielen Resolutionsschritten alle möglichen Resolventen abgeleitet

Mit Aufwand $O(n^2)$ überprüfbar, ob die leere Klausel ableitbar ist

Mit Aufwand $O(n^2)$ entscheidbar, ob Krom-Formel erfüllbar ist

Aufgabe 5



Aufgabe 6

1 par(A, B, C)			
1 A	0 A	0 A	1 A
0 B	1 B	0 B	1 B
0 C	0 C	1 C	1 C

0 par(A, B, C)			
1 A	0 A	1 A	0 A
1 B	1 B	0 B	0 B
0 C	1 C	1 C	0 C