UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)
Institut für Logik, Komplexität und Deduktionssysteme
Prof. Dr. P. H. Schmitt
Dr. B. Beckert

Formale Systeme, WS 2000/2001

Übungsblatt 1

Diese Aufgaben werden in der Übung am 25.10.00 besprochen.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Formel

$$A = (\neg P \land Q \land \neg R) \lor (P \land Q \land \neg R) \lor (P \land Q \land R) \lor (\neg P \land \neg Q \land R) \lor (P \land \neg Q \land R) \; .$$

(a) Zeigen Sie, daß die Normalformen

$$\begin{aligned} A' &= (\neg Q \land R) \lor (Q \land \neg R) \lor (P \land R) \\ A'' &= (\neg Q \land R) \lor (Q \land \neg R) \lor (P \land Q) \end{aligned}$$

äquivalent zu A sind.

(b) Geben Sie die Primplikanten von A an.

(c) Geben Sie die essentiellen Primimplikanten von A an.

Aufgabe 2

Beweisen Sie folgenden Satz:

> **Craig's Interpolationstheorem für die Aussagenlogik**. Seien A_1 und A_2 äquivalente aussagenlogische Formeln. Dann gibt es eine zu A_1 und A_2 äquivalente Formel A, so daß jede in A vorkommende aussagenlogische Variable sowohl in A_1 als auch in A_2 vorkommt.

— bitte wenden —

Aufgabe 3

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei

$$C_n = \neg(P_1 \leftrightarrow (P_2 \leftrightarrow (P_3 \leftrightarrow \cdots (P_{n-1} \leftrightarrow (P_n \leftrightarrow \neg P_1) \cdots)) \quad .$$

(a) Ist C_n für jedes n eine Tautologie?

(b) Berechnen Sie eine zu $\neg C_n$ äquivalente Formel in KNF.

(c) Geben Sie $(C_n)_{kknf}$ an.

Aufgabe 4

Geben Sie normierte sh-Formeln an, die äquivalent sind zu:

(a) P_i

(b) $P_1 \wedge P_2$

(c) $\neg P_i$

(d) $P_1 \vee P_2$

(e) $P_1 \vee \neg P_1$

(f) $P_1 \vee (P_2 \wedge P_3)$

Aufgabe 5

Zeigen Sie, daß

$$A = sh(sh(P_1, P_2, P_3), P_4, P_5)$$

und

$$B = sh(P_1, sh(P_2, P_4, P_5), sh(P_3, P_4, P_5))$$

äquivalent sind.