Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 7

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.	Name des Tutors:
Ausgabe:	9. Dezember 2015
Abgabe:	18. Dezember 2015, 12:30 Uhr im GBI-Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 7:	/ 20	(Physik: 0)
Blätter 1 – 7:	/ 124	(Physik: 101)

Mit **[nicht Physik]** gekennzeichnete Aufgaben müssen von Studenten der Physik nicht bearbeitet werden.

Aufgabe 7.1 (1 + 1 + 2 + 2 = 6 Punkte) [nicht Physik]
Es seien $Const_{PL} = \{\}$, $Var_{PL} = \{\mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}\}$, $Fun_{PL} = \{\}$ und $Rel_{PL} = \{\mathtt{E}, \doteq\}$ mit $\mathrm{ar}(\mathtt{E}) = 2$, und es sei F die prädikatenlogische Formel

$$\neg\exists\mathtt{x}(\mathtt{E}(\mathtt{x},\mathtt{y}) \vee \neg\forall\mathtt{z}\forall\mathtt{x}\forall\mathtt{y}(\mathtt{E}(\mathtt{x},\mathtt{z}) \wedge \mathtt{E}(\mathtt{y},\mathtt{z}) \rightarrow \mathtt{x} \doteq \mathtt{y}))$$

a) Geben Sie all jene Variablen an die frei und all jene die gebunden in F vorkommen.
b) Geben sie eine Substitution σ an, die *nicht* kollisionsfrei für F ist.
c) Geben Sie eine Interpretation (D_1, I_1) und eine Variablenbelegung β_1 so an, dass $val_{D_1,I_1,\beta_1}(F) = \mathbf{w}$ gilt.
d) Geben Sie eine Interpretation (D_2, I_2) und eine Variablenbelegung β_2 so an, dass $val_{D_2,I_2,\beta_2}(F) = \mathbf{f}$ gilt.

Aufgabe 7.2 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte) [nicht Physik]
Formulieren Sie die folgenden Aussagen als Formeln in Prädikatenlogik:
a) Nicht alle Vögel können fliegen.
b) Wenn es irgendjemand kann, dann kann es Donald Ervin Knuth.
c) John liebt jeden, der sich nicht selbst liebt.

Anmerkung: Die Alphabete der Konstantensymbole, Variablensymbole, Funktionssymbole und Relationssymbole müssen Sie nicht explizit angeben, da diese implizit aus den Formeln hervorgehen.

Aufgabe 7.3 (4 Punkte) [nicht Physik]
Es seien G und H zwei prädikatenlogische Formeln. Beweisen Sie, dass die prädikatenlogische Formel

$$(\exists\mathtt{x}(G \rightarrow H)) \rightarrow (\forall\mathtt{x}G \rightarrow \exists\mathtt{x}H)$$

allgemeingültig ist.

Aufgabe 7.4 (4 Punkte) [nicht Physik]
Es seien $Const_{PL} = \{\}$, $Var_{PL} = \{\mathtt{x}, \mathtt{y}\}$, $Fun_{PL} = \{\}$ und $Rel_{PL} = \{\mathtt{B}, \mathtt{R}, \doteq\}$ mit $\mathrm{ar}(\mathtt{B}) = 1$ und $\mathrm{ar}(\mathtt{R}) = 2$. Weiter sei F die prädikatenlogische Formel

$$\exists\mathtt{x}(\mathtt{B}(\mathtt{x})) \wedge \forall\mathtt{x}(\mathtt{B}(\mathtt{x}) \leftrightarrow \forall\mathtt{y}(\neg\mathtt{R}(\mathtt{y},\mathtt{y}) \leftrightarrow \mathtt{R}(\mathtt{x},\mathtt{y})))$$

Beweisen Sie, dass F unerfüllbar ist, das heißt, dass für jede passende Interpretation (D, I) und jede passende Variablenbelegung β gilt: $val_{D,I,\beta}(F) = \mathbf{f}$.

Hinweis: Für alle prädikatenlogischen Formeln G und H, jede passende Interpretation (D, I) und jede passende Variablenbelegung β gilt:

$$val_{D,I,\beta}(G \leftrightarrow H) = \mathbf{w} \text{ genau dann, wenn } val_{D,I,\beta}(G) = val_{D,I,\beta}(H).$$