Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 13
(Dies ist das letzte Aufgabenblatt)

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr. Name des Tutors:

Ausgabe: 27. Januar 2010

Abgabe: 5. Februar 2010, 13:00 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 13:	/ 19
Blätter 1 – 13:	/ 252

Aufgabe 13.1 (1 Punkt)
Wieviele Jahre alt war Kurt Gödel, als er starb?

Aufgabe 13.2 (2+2+2 Punkte)

a) Gegeben seien eine Turingmaschine $T = (Z, z_0, X, f, g, m)$ sowie ein Wort $w \in (X \setminus \{\square\})^*$. Geben Sie eine Turingmaschine T' an, so dass gilt:
T' hält bei Eingabe des leeren Wortes genau dann an, falls T bei Eingabe von w anhält.
b) Skizzieren Sie einen Algorithmus (unter Zuhilfenahme von Teilaufgabe a)), wie man die formale Sprache H des Halteproblems entscheiden könnte, falls es eine Turingmaschine E gäbe, die bei Eingabe der Codierung einer Turingmaschine T entscheidet, ob T bei Eingabe des leeren Wortes hält oder nicht.
c) Skizzieren Sie einen Algorithmus, wie man die Funktion `bb` in endlicher Zeit berechnen könnte, falls es eine Turingmaschine E gäbe, die bei Eingabe der Codierung einer Turingmaschine T entscheidet, ob T bei Eingabe des leeren Wortes hält oder nicht.

Aufgabe 13.3 (2+3+2 Punkte)
Die Funktion $A : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ sei wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
\forall y \in \mathbb{N}_0 &: A(0, y) = y + 1 \\
\forall x \in \mathbb{N}_0 &: A(x + 1, 0) = A(x, 1) \\
\forall x, y \in \mathbb{N}_0 &: A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))
\end{aligned}$$

a) Begründen Sie, warum $A(x, y)$ für alle natürlichen Zahlen x und y definiert ist.
b) Geben Sie geschlossene Formeln an für $A(1, y)$, $A(2, y)$ und $A(3, y)$.
c) Beweisen Sie Ihre Formel für $A(1, y)$ durch vollständige Induktion.

Aufgabe 13.4 (2+3 Punkte)

a) Geben Sie eine Relation $R \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ an, die symmetrisch und transitiv ist, aber keine Äquivalenzrelation.
b) Die Relation $R \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ sei gegeben durch:
$\forall n, m \in \mathbb{N}_0 : (n, m) \in R \iff$ der größte gemeinsame Teiler von n und m ist eine Primzahl.
Zeigen Sie, dass R symmetrisch ist, aber weder transitiv noch reflexiv.